ФИЗИКА. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА

Кожошов Т.Т.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРУЖИНЫ КРУЧЕНИЯ ПРИ РАЗГРУЗКЕ ИЗГОТОВЛЕННОГО ИЗ МАТЕРИАЛА С ЭПФ

T.T. Kozhoshov

THE INTENSE-DEFORMED CONDITION OF TORSION SPRING MADE OF THE MATERIAL WITH THE EFFECT OF FORM MEMORY AT THE PROCESS OF UNLOADING

УДК: 621. 014.2 539. 371.

В данной работе приведен расчет цилиндрических пружин кручения при разгрузке за пределом упругости, изготовленных из материала, обладающего эффектом памяти формы. Дан анализ напряженно-деформированного состояния, рассчитаны остаточные параметры пружины после полной разгрузки.

In the given work calculation of cylindrical springs of torsion is resulted at unloading behind a limit of the elasticity, made of a material possessing effect of memory of the form. The analysis of the intense-deformed condition is given; residual parameters of a spring after full unloading are calculated.

С появлением материалов, обладающих эффектом памяти формы, оказалось, что пружины, изготовленные на их основе, могут быть использованы при работе и за пределом упругости [1,2]. Причем, для проявления эффектов памяти формы, генерации реактивных усилий и других нетрадиционных свойств таких материалов, наличие неупругих деформаций является обязательным условием. Обзор технических решений в применении материалов с памятью формы приведен в работе [3].

В данной работе теоретически исследуются рабочие характеристики цилиндрических пружин кручения при разгрузке, изготовленных из материала, обладающего эффектом памяти формы, деформированного вне упругой области. Приводится анализ напряженно-деформированного состояния, и определяются остаточные кривизны, а также остаточные параметры пружины после полной разгрузки: диаметр, угол подъема, а также перемещения конца пружины (угловые и линейные) в зависимости от значения максимального крутящего момента m_p перед разгрузкой.

Рассмотрим процесс разгрузки деформированной пружины кручения за предел упругости максимальным крутящим моментом m_p.

При разгрузке, когда витки пружины начнут выпрямляться волокна в растянутой части сечения сокращаются. При этом волокна, лежащие в неупругой области прутка пружины, вскоре достигают размеров, которые они имели бы в свободном состоянии, в то время как волокна упругой области продолжают сокращаться, что влечет за собой поджатие внешних волокон. Это происходит до тех пор, пока внутренние силы не придут в равновесие.

Если бы для всех частичек материала деформации были упругими, то при разгрузке они бы постепенно уменьшались, и в конце этого процесса были бы равными нулю, но при наличии частиц, претерпевших неупругое деформирование, процесс перегруппировки внутренних сил во время разгрузки протекает более сложно. Вследствие этого после разгрузки витки пружины остаются с остаточной кривизной. Используя теорему о разгрузке, определим остаточную кривизну $\frac{1}{\rho_{ост}}$, в виде

$$\frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_у}, \tag{1}$$

где ρ_p - значение радиуса кривизны в сечении в момент разгрузки; ρ_y - радиус кривизны в сечении в предположении упругости изгиба под заданным изгибающим моментом.

Крутящий момент $m_р$, с изгибающим моментом в сечении прутка пружины связан следующей зависимостью [4].

$$m_{\text{р}} \cdot Cos\alpha_p = M_u$$

Определим остаточные деформации (кривизну, перемещения) и напряжения. После разгрузки остаточные деформации будут равны

$$\varepsilon_{ост} = \frac{y}{\rho_{ост}} \qquad (2)$$

Тогда, очевидно, упругая деформация, исчезающая в процессе разгрузки, определяется равенством

$$\varepsilon_y = y\left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}}\right), \qquad (3)$$

а напряжения соответствующие этой деформации равны

$$\sigma = E_м y\left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}}\right). \qquad (4)$$

Так как при полной разгрузке внешний момент равен нулю, то момент от внутренних напряжений должен равняться моменту перед разгрузкой, т.е.

$$M_p = \int_F \sigma y dF = E_м J\left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}}\right). \qquad (5)$$

Из последней формулы можно найти кривизну перед разгрузкой в виде [6]:

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{M_p}{E_{\text{м}} J}\left(\frac{1}{K(\xi_p)} - 1\right). \qquad (6)$$

С другой стороны остаточная кривизна из геометрических соотношений параметров пружины после разгрузки будет равна [4]

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{2\cos^2\alpha_{ост}}{D_{ост}}. \qquad (7)$$

С учетом уравнение (6) получим значение остаточного угла подъема пружины

$$\cos(\alpha_{ост}) = \sqrt{\frac{D_{ост} \cdot \chi_{ост}}{2}}, \qquad (8)$$

отсюда $\alpha_{ост} = \arccos\left(\sqrt{\frac{D_{ост} \cdot \chi_{ост}}{2}}\right).$ (9)

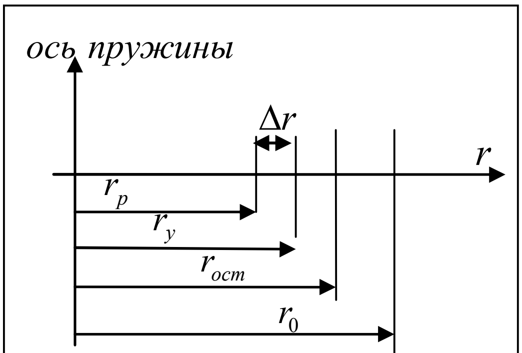

Рис. 1

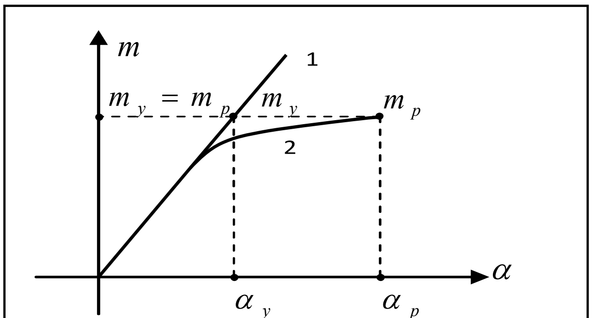

Рис.2

На рис. 2. Диаграмма m от α . Кривая 1- упругая линия. Кривая 2 – неупругая.

Найдем остаточный диаметр ($D_{ост}$) пружины после разгрузки (рис. 1). Очевидно, диаметры пружины перед неупругой разгрузкой и в предположении упругой разгрузки будут: $D_p = 2 \cdot r_p$, $D_y = 2 \cdot r_y$.

В этом случае разница радиусов будет.

$$\Delta r = r_p - r_y = \frac{1}{2}\left(D_p - D_y\right).$$

Из рис.1. находим $r_{ост} = r_o - \Delta r$.

Здесь r_0 - начальный радиус пружины.

С учетом предыдущих формул для остаточного диаметра получим

$$D_{ост} = D_0 - D_p + D_y, \tag{10}$$

где D_0 – диаметр пружины до деформации, D_p-диметр пружины соответствующий моменту перед разгрузкой.

Остаточное угловое перемещение находится из уравнения [4]:

$$\theta = 2 \cdot L0 \cdot \left(\frac{\cos\alpha}{D} - \frac{\cos\alpha_0}{D_0}\right).$$

Подставляя вместо текущего угла подъёма $\alpha = \alpha_{ост}$, а вместо диаметра $D = D_{ост}$, получим

$$\theta_{ост} = 2 \cdot L_0 \cdot \left(\frac{\cos\alpha_{ост}}{D_{ост}} - \frac{\cos\alpha_0}{D_0}\right). \tag{11}$$

Диаметры пружин D_p и D_y определяются следующими формулами [5]

$$\frac{D_y}{D_0} = \frac{\left(B - C\right) \cdot Sin2\alpha_y}{2 \cdot B \cdot tg\alpha_y \cdot Cos^2\alpha_0 - C \cdot Sin2\alpha_0} \tag{12}$$

$$\frac{D_p}{D_0} = \frac{\left(B_1 - C\right) \cdot Sin2\alpha_p}{2 \cdot B_y \cdot tg\alpha_p \cdot Cos^2\alpha_0 - C \cdot Sin2\alpha_0} \tag{13}$$

Значение α_y находим из условия $m_y = m_p$ (рис. 2), где связывая действующие изгибающие моменты, получим:

$$m_y \cdot \cos\alpha_y = \frac{M^p_{из}}{Cos\alpha_p}. \tag{14}$$

Здесь

$$M^p_{из} = M_ф \frac{K(\xi_p)}{\xi_p}, \tag{15}$$

где ξ_p - значение безразмерного параметра ξ равного $\left(\frac{2 \cdot y_ф}{d}\right)$, т. е $\xi_p = \left(\frac{2 \cdot y_ф}{d}\right)_p$, характеризующего глубину зоны неупругих деформаций. $K(\xi_p)$ - параметр характеризующий падение жесткости сечения на изгиб за счет неупругих деформаций [6].

Крутящий момент m_y определяется следующей формулой [5]

$$m_y = \frac{2C}{D_O \cdot Cos\alpha} \frac{\left(Cos^2\alpha_O - \frac{Sin2\alpha_O}{Sin2\alpha_y} \cdot Cos^2\alpha_y\right)}{\left(1 - \frac{C}{B}\right)}. \tag{16}$$

Подставляя m_y в формулу (14) получаем следующее уравнение:

$$\frac{2C}{D_O}\frac{\left(Cos^2\alpha_O-\dfrac{Sin2\alpha_O}{Sin2\alpha_y}\cdot Cos^2\alpha_y\right)}{\left(1-\dfrac{C}{B}\right)}=M_\Phi\cdot\frac{K(\xi_p)}{\xi_p}\cdot \qquad (17)$$

При заданной глубине неупругой зоны ξ_p решая уравнения (17) находим значение угла α_y. После этого найденные значения α_y, D_y, $D_{ост}$ и $\alpha_{ост}$ подставляя в уравнения (12), (10), и (11) находим остаточное угловое перемещение $\theta_{ост}$, от значения которого зависит величина реактивного момента пружин кручения изготовленного из материала с памятью формы при термосиловом воздействии.

Приведём алгоритм вычисления $\theta_{ост}:\ \xi_p\ \to K(\xi_p)\ \to \alpha_p\ \to D_{ост}\ \to \alpha_{ост}\ \to \theta_{ост}$

Для получения остаточных параметров пружин кручения после разгрузки по полученным формулам произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из никелида титана со следующими данными: $D_0=10\cdot10^{-3}$ *м*, $d_0=2\cdot10^{-3}$ *м*, $i_0=10$, $\alpha_0=1{,}82^0$; $E=8{,}5\cdot10^{10}$*Па*, $G=1.5\cdot10^{10}$ *Па*, $\mu=0{,}35$, $\sigma_\Phi=1.7\cdot10^8\,Па$.

Получены следующие данные в зависимости от глубины фазовой деформаций ξ_p =0,75; 0,8; 0,85; 0,9:

$\theta_{ост}1=7.58^0$, $D_{ост}1=9.980491\cdot10^{-3}\,м$, $\theta_{ост}2=4.41^0$, $D_{ост}2=9.9892\cdot10^{-3}\,м$, $\theta_{ост}3=2.35^0$, $D_{ост}3=9.994884\cdot10^{-3}\,м$, $D_{ост}4=9.998173\cdot10^{-3}\,м$, $\theta_{ост}4=1.16^0$.

Литература:

1. *Абдрахманов С.А.* Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии. Бишкек, Илим, 1991,116 с.

2. *Лихачев В.А.* и др. Эффект памяти формы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987, 216 с.

3. Материалы с эффектом памяти формы. Т.4 Справочное издание под общей ред. *В.А. Лихачева*. Санкт-Петербург, 1998, 268с. Т.4.

4. *Пономарев С.Д., Андреева Л.Е.* Расчет упругих элементов машин и приборов. Машиностроение. М., 1980, 74, 87 с.

5. *Абдрахманов С.А Кожошов Т.Т* Аналитическое исследование напряженно деформированного состояния цилиндрических пружин кручения из материала с памятью формы. Известия вузов Бишкек 2010 №1. стр.7.

6. *Абдрахманов С.А, Ибрагимов Р.Ш., Джаналиев Н.Р.* Деформация гибкой балки из материала с эффектом памяти формы. Бишкек 2007, стр. 92.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Джаналиев Н.Р.