*Анищенко Ю.В.*

# КАНДАЙ БИР ЧЕКТҮҮ-АЙЫРМАЛАР АЛГОРИТМИНИН КӨЗ-ИРМЕМДҮҮ ЖАНА БООЛУУ БУЛАКТАРЫ МЕНЕН ГЕОЭЛЕКТРИКА ТЕҢДЕМЕСИНИН БИР ӨЛЧӨМДҮҮ МАСЕЛЕСИНИН МАГНИТТИК ӨТҮҮ АНЫКТАМАСЫ

*Анищенко Ю.В.*

# ОБ ОДНОМ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОМ АЛГОРИТМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ УРАВНЕНИЯ ГЕОЭЛЕКТРИКИ С МГНОВЕННЫМ И ШНУРОВЫМ ИСТОЧНИКАМИ

*Y.V. Anishenko*

# ABOUT ONE FINITE-DIFFERENTIAL ALGORITHM FOR THE DETERMINATION OF MAGNETIC PERMEABILITY IN A ONE-DIMENSIONAL PROBLEM OF THE GEOELECTRICIAN EQUATION WITH IMMEDIATE AND CURRENT SOURCES

*УДК: 517.968.2, 517.956.22*

*Бул макалада булагы көз-ирмемдүү жана боолуу болгон учурда магниттик өтүү калыптанган. Геоэлектриканын тескери маселесинин чектүү-айырмалуу чыгарылышы түзүлгөн.*

***Негизги сөздөр:*** *геоэлектриканын теңдемеси, көз-ирмемдүү, боолуу булагы, тескери маселе, магниттик өтүү, чектүү-айырмалар чыгарылышы, алгоритм.*

*В статье восстановлена магнитная проницаемость, когда источники являются мгновенными и шнуровыми. Построено конечно-разностное решение обратной задачи геоэлектрики.*

***Ключевые слова:*** *уравнение геоэлектрики, мгновенный, шнуровой источник, обратная задача, магнитная проницаемость, конечно-разностное решение, алгоритм.*

*The article restored permeability, when the sources are immediate and current. Built finite difference solution of the inverse geoelectric problem.*

***Key words:*** *equation geoelectric, immediate, current source, inverse problem, the permeability, the finite difference solution, algorithm.*

В работе [1] рассмотрен интегральный алгоритм решения одномерных обратных задач геоэлектрики. Проведены численные расчеты решения задачи в среде “воздух-земля”, и восстановлена электропроводимость среды.

В монографиях В.Г. Романова, С.И. Кабанихина [2] и С.И. Кабанихина [3] изложены теоретические основы одномерных и многомерных обратных задач электродинамики для изотропной и анизотропной среды.

**Постановка задачи.** Рассмотрим обратную задачу геоэлектрики, в которой неизвестна магнитная проницаемость $\mu_0(x_3)$:

$$\left.\begin{array}{l} u_{0tt}=\dfrac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\left[\dfrac{\partial^2 u_0}{\partial x_3^2}+\dfrac{\mu'_{0x_3}}{\mu_0(x_3)}\cdot\dfrac{\partial u_0}{\partial x_3}\right]-\dfrac{\tau_0(x_3)}{\varepsilon_0(x_3)}\cdot u_{0x}, \\ x_3\in(0,d), \qquad t\in(0,T), \\ u_0(x_3,t)\big|_{t<0}\equiv 0, \qquad u'_{0x_3}\big|_{x_3=0}=-\dfrac{1}{2}\delta(t)+\tau_0\theta(t) \\ u_0(x_3,t)\big|_{x_3=0}=f(t), \qquad t\in[0,T], \end{array}\right\} \qquad (1)$$

где $\varepsilon_0(x_3)$ - известная диэлектрическая проницаемость, $\tau_0(x_3)$ – электропроводимость - известная функция, $u_0(x_3,t)$ - распространения электромагнитных волн.

**Приведение к обратной задаче с данными на характеристиках.**

Если ввести переменную $x=\int_0^{x_3}\sqrt{\varepsilon_0(\xi)\mu_0(\xi)}d\xi$ и новые функции $u(x,t)=u_0(x_3,t)$, $\varepsilon(x)=\varepsilon_0(x_3)$, $\mu(x)=\mu_0(x_3)$, $\tau(x)=\tau_0(x_3)$, то тогда уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t)=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t)-\frac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\cdot\left[\frac{\varepsilon'_{0x_3}\cdot\mu_0(x_3)+\mu'_{0x_3}\cdot\varepsilon_0(x_3)}{2\sqrt{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}}\right]u+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\cdot\left[\frac{\mu'_x(x)\cdot\sqrt{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}}{\mu(x)}\right]\cdot\sqrt{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}- \qquad (2)$$

$$-\frac{\tau(x)}{\varepsilon(x)}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{1}{\varepsilon(x)\mu(x)}\cdot\left[\frac{\varepsilon'_x\cdot\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}+\varepsilon(x)\mu'_x\cdot\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{2\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\right]+$$

$$+\frac{\mu'_x(x)}{\mu(x)}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}-\tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\mu'_x(x)}{\mu(x)}-\frac{\varepsilon'_x(x)}{\varepsilon(x)}\right]\cdot\frac{\partial u}{\partial x}-\tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}.$$

Для решения обратной задачи относительно коэффициентов предположим, что выполнены условия

$$(\mu(x),\varepsilon(x),\tau(x))\in\Lambda_0, \qquad (3)$$

где $\Lambda_0=\left\{\mu(x)\in C^6(R_+),\mu'(+0)=0,\ 0<M_1\le\mu(x)\le M_2,\|\mu\|_{C^2}\le M_3\right\}$.

Тогда, получим обратную задачу:

$$\left.\begin{aligned}
&u_{tt}=u_{xx}+\frac{1}{2}\left[\frac{\mu_x(x)}{\mu(x)}-\frac{\varepsilon_x(x)}{\varepsilon(x)}\right]u_x-\tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}\cdot u_x,\\
&x\in(0,d),\qquad t\in(0,T),\\
&u(x,t)\big|_{t<0}\equiv 0,\qquad u_x\big|_{x=0}=-\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon(0)\mu(0)}}\delta(t)+\tau_0\theta(t)\\
&u(x,t)\big|_{x=0}=f(t),\qquad t\in[0,T].
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

По методике В.Г. Романова выделим особенности, подставляя входящие функции в задачу (4), $u(x,t)$, $(x)$, $\varepsilon(x)$, $\tau(x)$, четным образом по $x$ на полупространстве R_, и представляем решение задачи в виде:

$$u(x,t)=\tilde{u}(x,t)+S(x)\theta(t-|x|), \qquad (5)$$

здесь $\tilde{u}(x,t)$ - непрерывная гладкая функция.

Подставляем (5) в уравнение (4), тогда получим:

$$\tilde{u}_{tt}+S(x)\delta'(t-|x|)=\tilde{u}_{xx}+S_{xx}(x)\theta'(t-|x|)-2S'_x(x)\delta+$$

$$+S(x)\delta'(t-|x|)+\frac{1}{2}\left[\frac{\mu'(x)}{\mu(x)}-\frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right]\left[\tilde{u}_x+S_x(x)\theta-S(x)\delta(t-|x|)\right]- \qquad (6)$$

$$-\tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}\cdot\left[\tilde{u}_x+S_x(x)\theta-S(x)\delta(t-|x|)\right].$$

Собирая одинаковые особенности, получим следующую задачу относительно $S(x)$:

$$\delta: -2S'(x) - \frac{1}{2}\left[\frac{\mu'(x)}{\mu(x)} - \frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right]S(x) + \tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}} \cdot S(x);$$

$$\theta: \frac{1}{2}\left[\frac{\mu'(x)}{\mu(x)} - \frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right]S'(x) - \tau(x)\sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}.$$

Приравниваем их к нулю и получим следующую задачу относительно $S(x)$:

$$2\frac{S'(x)}{S(x)} = -\frac{1}{2}\left[\frac{\mu'(x)}{\mu(x)} - \frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right] + \tau(x) \cdot \sqrt{\frac{\mu(x)}{\varepsilon(x)}}, \qquad x \in (0, d). \tag{7}$$

$$S(0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(0)\mu(0)}}.$$

Отметим, что здесь $S'(0) = r_0$. Тогда коэффициент $r_0$ должен быть $r_0 = \frac{1}{4}\tau_0 \cdot \frac{1}{\varepsilon(0)}$ (8)

Это означает, что $r_0$ не может быть произвольным. Из (7) получим дифференциальную задачу:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \varepsilon}{dx} - F(x)\varepsilon(x) + \phi(x)\varepsilon^{1/2}(x), \quad x \in (0, T/2) \\ &\varepsilon(0) = R^4(0)\mu(0), \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где

$$F(x) = 4S'(x)/S(x) + \mu'(x)/\mu(x), \quad \phi(x) = \tau(x)\sqrt{\mu(x)}. \tag{10}$$

Введя обозначения, $r(x) = \varepsilon^{1/2}(x)$, получим

$$\frac{dr}{dx} = \frac{1}{2}\varepsilon^{-1/2}(x)\varepsilon'(x). \tag{11}$$

Если подставить (11) в уравнение (9), то получим:

$$r'_x = \frac{1}{2}F(x) \cdot r(x) - \frac{1}{2}\phi(x) = 0, \quad x \in (0, T). \tag{12}$$

Уравнение (12) является однородным линейным дифференциальным уравнением первого порядка.

Решим ОДУ (12) методом вариации постоянных. Решая однородное уравнение (12)

$r'_x = \frac{1}{2}F(x)r(x)$ следует $\frac{r'_x}{r(x)} = \frac{1}{2}F(x)dx.$ А решение последней однородной уравнения будет

$$r(x) = c^* \exp\left(\frac{1}{2}\int F(x)dx\right), \tag{13}$$

(13) представим $r(x) = c(x)\exp\left(\frac{1}{2}\int F(x)dx\right).$

Найдем значение $r'_x(x)$ и подставляем его в формулу (12), тогда получим:

$$c(x) = \frac{1}{2}\int \phi(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\int F(\lambda)d\lambda\right)dx. \tag{14}$$

Подставляя выражение (14) в (13) имеем:

$$r(x)=\sqrt{\varepsilon(x)}=\exp\left(\frac{1}{2}\int F(x)dx\right)*\left[\frac{1}{2}\int \phi(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\int F(\lambda)d\lambda\right)dx+c_1\right]. \tag{15}$$

Тогда

$$\varepsilon(x)=\exp\left(\int F(x)dx\right)*\left[\frac{1}{2}\int \phi(x)\exp\left(-\frac{1}{2}\int F(\lambda)d\lambda\right)dx+c_1\right]^2. \tag{16}$$

Учитывая начальное условие, получим $c_1$=1. Если учесть значения

$F(x),\ \phi(x)$ в (10), то из (16) получим

$$\varepsilon(x)=\exp\left[\int_0^x\left(4S'(\lambda)/S(\lambda)+\mu'(\lambda)/\mu(\lambda)\right)d\lambda\right]*$$

$$*\left[\frac{1}{2}\int_0^x\tau(\lambda)\sqrt{\mu(\lambda)}\exp\left(-\frac{1}{2}\int_0^\lambda\left[4S'(\xi)/S(\xi)+\mu'(\xi)/\mu(\xi)\right]d\xi d\lambda+1\right)\right]^2.$$

Отсюда не трудно получить следующее выражение:

$$\varepsilon(x)=R^4(x)\mu(x)\left[\frac{1}{2}\int_0^x(\tau(\lambda)/R^2(\lambda))d\lambda+1\right]^2.$$

Отсюда

$$\mu(x)=R^{-4}(x)\left[\frac{1}{2}\int_0^x(\tau(\lambda)/R^2(\lambda))d\lambda+1\right]^{-2}. \tag{17}$$

В силу гиперболичности уравнения и от того, что динамическая дополнительная информация *f(t)* задана на *[0,T],* наша задача рассматривается в области

$$\Delta(T)=\Delta(T_d)=\left\{x\in(0,d),t\in(0,T_d):x\in(0,\frac{T}{2});|x|<t<T-|x|\right\}.$$

Если учесть (5), то из задачи (4) получим следующую обратную задачу с данными на характеристиках относительно S*(x):*

$$\left.\begin{aligned}
&u''_{tt}=u''_{xx}-\frac{2S'(x)}{S(x)}u'_x, && (x,t)\in\Delta(T),\\
&u(x,t)\big|_{t=|x|}\equiv S(x), && x\in[0,T/2],\\
&u(x,t)\big|_{x=0}=f(t), && t\in[0,T].
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

**Конечно-разностное решение.** Алгоритм решения обратной задачи (18) отыскивается конечно-разностным методом, для чего введем сеточную область

$$\Delta_h(T)=\left\{x_i=ih,t_k=kh,(ih,kh)\in\Delta(T):h=\frac{T}{2N},x_i\in(0,\frac{T}{2}),ih<k<T-ih\right\},$$

где *h* - сеточный шаг по *x,t*.

Разностный аналог задачи (18) будет иметь вид, где *O(h)* отброшен:

$$\left.\begin{array}{l} u_{t\bar{t}} = u_{x\bar{x}} - d_i u_{\bar{x}},\ (ih, kh) \in \Delta_h(T)\ , \\ u_i^i = S_i, \qquad i = \overline{0, N}, \\ g_i = -\dfrac{1}{2\mu_0\varepsilon_0} - \dfrac{h}{2}\sum\limits_{l=1}^{N-1} d_l g_l, \qquad i = \overline{1, N}, \\ d_i = 2S_{\dot{x}} \cdot g_i, \qquad i = \overline{2, N}, \\ u_0^k = f^k, \qquad k = \overline{0, 2N}, \end{array}\right\} \tag{19}$$

здесь функции $d(x) = 2S'(x)/S(x), \qquad g(x) = -\dfrac{1}{2\mu(0)\varepsilon(0)} - \dfrac{1}{2}\int\limits_0^x d(\xi)g(\xi)d\xi$ .

**Теорема.** Пусть $f(t) \in C^4([0,T])$ и пусть для него существует решение обратной задачи (18), которое удовлетворяет условию (3). Пусть для малой $T$ решение прямой задачи $u(x,t) \in C^4(\Delta(T_l))$, тогда конечно-разностное решение обратной задачи (19) сходится к точному решению обратной задачи (4) со скоростью порядка $O(h)$ в классе $C$ и справедлива оценка

$$\frac{\max}{i = \overline{0, N}}\left|S_i - \widetilde{S}_i\right| \le \frac{1}{2} h \|u\|_{C^4(\overline{\Delta(T)})}. \tag{20}$$

**Алгоритм решения.** Из уравнения (19) можно получить разностный аналог формулы Даламбера

$$u_{i+1}^k = \left(f^{k+i+1} + f^{k-i-1}\right)/2 - h^2 \sum_{l=1}^{i}\sum_{j=1}^{l} d_j \left(\frac{u_j^{k-i-j+2l} - u_{j-2}^{k-i-j+2l}}{2h}\right). \tag{21}$$

Присваиваем $u_0^k = f^k, \qquad k = \overline{0{,}2N}$ . Так как функция $S(x)$, $u(x,t)$ – четная по $x$ из (21) следует:

$$u_2^k = (f^{k+2} + f^{k-2})/2, \qquad k = \overline{2{,}2N-2}\ . \tag{22}$$

Тогда, можно определить последовательно:

$$S_0 = u_0^0,\ S_{-2} = u_2^2,\ \ g_0 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0},$$

$$d_0 = 2g_i \cdot S_{\underset{\bar{x}}{0}}\Big|_{i=0} = \frac{2}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{S_0 - S_2}{2h} = \frac{2}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{u_0^0 - u_2^2}{2h}.$$

Последовательно вычислим следующие слои:

$$u_1^k = \left(f^{k+1} + f^{k-1}\right)/2 - h^2 d_0\left(\frac{u_0^k - u_2^k}{2h}\right),$$

$$S_1 = u_1^1,\ S_{-1} = u_1^1,\ g_1 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} - \frac{h}{2}d_0 g_0,\ d_1 = 2g_1\frac{S_1 - S_{-1}}{2h},$$

$$g_2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} - \frac{h}{2}d_0 g_0 - \frac{h}{2}d_1 g_1,\ d_2 = 2g_2\frac{S_2 - S_0}{2h}\ , \tag{23}$$

$$S_{i+1} = u_{i+1}^{i+1},\ g_{i+1} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} - \frac{h}{2}\sum_{l=1}^{i} d_l g_l,$$

$$d_{i+1} = 2g_{i+1}\frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2h},\ \ i = \overline{3, N-1}\ .$$

Пусть построен i - й слой. Покажем, как определяется следующий слой: определим $u_{i+1}^k$ по формуле Даламбера (21), затем

$$S_{i+1}=u_{i+1}^{i+1},\ g_{i+1}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}-\frac{h}{2}\sum_{i=1}^{i}d_l g_l,\ \ d_{i+1}=2g_{i+1}\frac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2h},\quad i=\overline{3,N-1}.$$

Докажем, что, построенные $u_i^k$, $\dfrac{u_i^k-u_{i-2}^k}{2h}$, $S_i$, $g_i$, $d_i$ сходятся соответственно сеточным функциям

$\bar{u}_i^k$, $\left(\bar{u}_i^k-\bar{u}_{i-2}^k\right)/2h$, $\bar{S}_i$, $\bar{g}_i$, $\bar{d}_i$ задачи (19) при $h\to 0$.

Легко можно получить из (21) следующие выражения:

(здесь $i=\overline{3,N-1},\quad k=\overline{i,2N-i}$)

$$u_{i-1}^k=\left(f^{k+i-1}+f^{k-i+1}\right)/2-h^2\sum_{l=1}^{i}\sum_{i=1}^{l}d_j\left(\frac{u_j^{k-i-j+2l+2}-u_{j-2}^{k-i-j+2l+2}}{2h}\right),\tag{24}$$

$$\frac{u_{i+1}-u_{i-1}}{2h}=\frac{1}{4h}\left[f^{k+i+1}+f^{k-i-1}+f^{k+i-1}+f^{k-i+1}\right]-$$
$$-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j\frac{u_j^{k-i-1+j}-u_{j-2}^{k-i-1+j}}{2h}-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j\frac{u_j^{k+i+1-j}-u_{j-2}^{k+i+1-j}}{2h},\tag{25}$$

$$S_{i+1}=\frac{1}{2}(f^{2i+2}+f^0)-h^2\sum_{l=1}^{i}\sum_{j=1}^{l}d_j\left(\frac{u_j^{1-j+2l}-u_{j-2}^{1-j+2l}}{2h}\right),\tag{26}$$

$$\frac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2h}=\frac{1}{4h}(f^{2i+2}+f^0-f^{2i-2}-f^2)-$$
$$-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j\left(\frac{u_j^{1-j+2i}-u_{j-2}^{1-j+2i}}{2h}\right)+\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j\left(\frac{u_j^{2i-j-1}-u_{j-2}^{2i-j-1}}{2h}\right),\tag{27}$$

Формула (19) дает следующее выражение

$$g_{i+1}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j g_j,\qquad i=\overline{1,N-1}\ .\tag{28}$$

Если подставить (6), (7), то из (18) получим:

$$d_{i+1}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{1}{2h}\left(f^{2i+2}-f^{2i-2}\right)-\frac{1}{4h}\left(f^{2i+2}-f^{2i-2}\right)\cdot h\sum_{j=1}^{i}d_j g_j-$$
$$-\left(\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j g_j\right)\left[h\sum_{j=1}^{i}d_j\left(\frac{u_j^{1-j+2i}-u_{j-2}^{1-j+2i}}{2h}\right)+\right.$$
$$\left.+h\sum_{j=1}^{i}d_j\left(\frac{u_j^{2i-j-1}-u_{j-2}^{2i-j-1}}{2h}\right)\right]+\left[\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_j g_i\right].\tag{29}$$

Введем следующие обозначения:

$$\Phi_{(1)i+1}^{k}=u_{i+1}^{k},\quad \Phi_{(2)i+1}^{k}=\frac{u_{i+1}^{k}-u_{i-1}^{k}}{2h},\quad \Phi_{(3)i+1}=S_{i+1},$$

$$\Phi_{(4)i+1}=g_{i+1},\ \Phi_{(5)i+1}=d_{i+1},\quad F_{(1)i+1}^{k}=\frac{1}{2}\left(f^{k+i+1}+f^{k-i-1}\right),$$

$$F_{(2)i+1}^{k}=\left(f^{k+i+1}+f^{k-i-1}-f^{k+i+1}-f^{k-i+1}\right)/4h,\ F_{(3)i+1}=\left(f^{2i+2}+f^{0}\right)/2,$$

$$F_{(4)i+1}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0},\ F_{(5)i+1}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{4h}\left(f^{2i+2}-f^{2i-2}\right),$$

$$\Psi_{(1)l}^{i,k}=h\sum_{j=1}^{l}d_j\left(\frac{u_j^{k-i-j+2l}-u_{j-2}^{k-i-j+2l}}{2h}\right);$$

$$\Psi_{(2)l}^{i,k}=-\frac{1}{2}d_l\left(\frac{u_l^{k-i+l+1}-u_{l-2}^{k-i+l+1}}{2h}\right)-\frac{1}{2}d_l\left(\frac{u_l^{k+i-l+1}-u_{l-2}^{k+i-l+1}}{2h}\right);$$

$$\Psi_{(3)}^{i}=h\sum_{j=1}^{l}d_j\frac{u_j^{1-j+2l}-u_{j-2}^{1-j+2l}}{2h};$$

$$\Psi_{(4)l}^{i}=\frac{1}{2}d_lg_l,\quad \Psi_{(5)l}^{i}=\frac{1}{4h}\left(f^{2i+2}-f^{2i-2}\right)\cdot\frac{1}{2}d_lg_l-$$

$$-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\left[d_l\left(\frac{u_l^{1-j+2i}-u_{l-2}^{1-l+2i}}{2h}\right)+d_l\left(\frac{u_l^{2i-l-1}-u_{l-2}^{2i-l-1}}{2h}\right)\right]+$$

$$+\frac{h}{2}d_lg_l\left[\sum_{j=1}^{l}d_j\left(\frac{u_j^{1-j+2i}-u_{j-2}^{1-j+2i}}{2h}\right)+\sum_{j=1}^{l}d_j\left(\frac{u_j^{2i-j-1}-u_{j-2}^{2i-j-1}}{2h}\right)\right]+$$

$$+[\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}-\frac{h}{2}\sum_{j=1}^{i}d_jg_j],\tag{30}$$

тогда получим систему нелинейных алгебраических уравнений

$$\Phi_{i+1}^{k}=F_{i+1}^{k}+\Lambda_{i,k}[\Phi],\qquad i=\overline{0,N-1};\qquad k=\overline{i+1,2N-i-1}\ .\tag{31}$$

**Лемма.** При достаточно малом $T$ система (31) разрешима.

Из доказательства леммы следует доказательства теоремы.

Если определена $S_i$, $i=\overline{0,N}$, то по формуле $\mu_i=\varepsilon\cdot R_i^{-4}\left[\frac{1}{2}\sum_{l=0}^{i}(\tau_\ell/R_l^2)\cdot h+1\right]^{-2}$, определяется и решение обратной задачи (3), что и для (1).

**Литература:**


1. Романов В.Г., Кабанихин С.И., Абдиев К.С. Численные решения одномерных обратных задач электродинамики. Препринт №542, ВЦ СО АН СССР. - Новосибирск, 1985. - С. 48.
2. Романов В.Г., Кабанихин С.И., Пухначева Т.П. Обратные задачи электродинамики. – Новосибирск: ВЦ, 1984. - С. 201.
3. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб.науч.изд-во, 2009. - 458 с.
4. Сатыбаев А.Дж. Обратная задача геоэлектрики с плоской границей//Сб.науч.тр. КУУ. Вып. II.- Ош, 2001. - С.161-165.


**Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Жапаров М.Т.**