Бекешов Т. О.

ИНТЕГРАЛДООНУН ЭКИ ЧЕГИ ТЕН ӨЗГӨРМӨ БОЛГОН 1-ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕНИН ЧЕЧИМИН РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛОО ПАРАМЕТРИН ТАНДОО

Бекешов Т. О.

ВЫБОР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ 1-РОДА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ ПРЕДЕЛАМИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

T.O. Bekeshov

THE CHOICE OF THE REGULARIZATION PARAMETER FOR SOLVING NONLINEAR INTEGRAL EQUATIONS 1-THE KIND WITH TWO VARIABLE LIMITS OF INTEGRATION

УДК:517,95

IT-технологиялар онугуп жаткан мезгилде прикладдык максатта колдонууга жарай турган ар кандай маселелердин чечимдеринин сандык ыкмаларын иштеп чыгуу актуалдуу болуп жатат. Бул учурда талап кылынган тактыкты камсыздоо эн манилүү. Бул макалада Интегралдоонун эки чеги тен өзгөрмө болгон 1- түрдөгү сызыктуу эмес интегралдык тендеменин чечимин регуляризациялоо параметрин тандоо методикасы сунушталат.

***Негизги сөздөр**: интегралдык тендеме, регуляризациялоо, функциялар, регуляризациялоо параметри.*

С развитием IT-технологий в наше время становится актуальным разработка численных методов решения различных задач пригодных для применения в прикладных целях. В этом случае важным является обеспечение требуемой точности. В данной работе предложена методика выбора параметра *регуляризации решения нелинейного интегрального уравнения I-рода с двумя переменными пределами интегрирования*

***Ключевые слова:** интегральные уравнения, регуляризация, функции, параметр регуляризации.*

Рассмотрим уравнение

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K\big(t,s,u(s)\big)ds = f(t); \qquad t \in [t_0;T] \qquad (1)$$

где $\alpha(t) \in C[t_0,t]$; $\alpha(t_0)=t_0$; $\alpha(t) \le t$, $f(t)$ и $\mathrm{K}\big(\mathrm{t,s,u(s)}\big)$ −заданные функции на отрезке $[t_0,t]$ и в области G=$\{(\mathrm{t,s})\colon\ \mathrm{t_0} \le \mathrm{t} \le \mathrm{T},\ \alpha(t) \le \mathrm{s} \le \mathrm{t}\}$;

$u(t)$ −искомая функция на отрезке $[t_0,t]$

С развитием IT-технологий в наше время становится актуальным разработка численных методов решения различных задач пригодных для применения в прикладных целях. В этом случае важным является обеспечение требуемой точности [2].

Методы Регуляризация относится к приближенным методам решения уравнений. В данной работе исследуется вопрос о выборе параметра регуляризации решения нелинейного интегрального уравнения I-рода с двумя переменными пределами интегрирования

Пусть $K(t,s,u(s)) = K_0(t,s)u(s) + K_1(t,s,u(s))$

Предположим что в место точной правой части *f* (t) задано ее приближенное значение $f_\delta(t)$ из C$([t_0;T])$, такое что

$$|f(t) - f_\delta(t)| < \delta; \quad \delta > 0 \quad t \in [t_0;T]$$

Потребуем выполнение следующих условий:

1^0. $\alpha(t) \in C\,[t_0;T]$; $\alpha(t_0)=t_0$; $\alpha'(t) > 0$; при $t \epsilon [\,t_0\,;T]$

2^0. При фиксированном $\mathrm{t}\epsilon[\,\mathrm{t_0}\,;\mathrm{T}]$ $\mathrm{K_0(t,s)} \in L_1[\,t_0\,;T]$ и

$\mathrm{K_0(t,t)} > 0$ при почти всех $\mathrm{t}\epsilon[\,\mathrm{t_0}\,;\mathrm{T}]$

3^0. $\forall\, t,\tau\ (\tau < t)$, при всех $(t,s);(\tau,s) \in G$

$$|\mathrm{K_0}(t,\tau) - K_0\,(s,\tau)| \le l_1(\mathrm{s}) \int_\tau^{\mathrm{t}} \mathrm{K_0(s,s)\,ds}$$

где $l_1(\mathrm{t}) \in L_1[\,t_0\,;T]$ и $l_1(\mathrm{t}) > 0$ при $t\epsilon[\,t_0\,;T]$;

4^0. $\forall\, t, s\ \ (s < t)$ и $\forall\, u_1, u_2\ (u_1, u_2 \in C\,[t_0;T]\,)$ и

при всех (t,τ,u_1) и $(t,\tau,u_2) \in G\times R$

$|K_1(t,\tau,u_2) - K_1(s,\tau,u_2) - K_1(t,\tau,u_1) + K_1(s,\tau,u_1)| \le l_2(s)\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau\, |u_2 - u_1|$;

Кроме того $K_1(t,t,u) \equiv 0$ при $t\epsilon[\,t_0\,;T]$ и $u(t) \in C\,[t_0;T]$

Наряду с уравнением (1) рассмотрим следующие сингулярно-возмущенное уравнение

$$\varepsilon v(t) + \int_{\alpha(t)}^t K_0(t,s)v(s)ds + \int_{\alpha(t)}^t K_1(t,s,v(s))ds = f(x) + \varepsilon u(t_0);\ \ t\in[t_0;T] \qquad (2)$$

и приближенное сингулярно - возмущенное уравнение

$$\varepsilon v_\delta(t) + \int_{\alpha(t)}^t K_0(t,s)v_\delta(s)ds + \int_{\alpha(t)}^t K_1(t,s,v_\delta(s))ds = f_\delta(t) + \varepsilon u_\delta(t_0)\,;\quad t\in[t_0;T] \qquad (3)$$

$\varepsilon > 0$ малый параметр, u(t)- решение уравнения (1).

Начальное условие $u(t_0)$ решения уравнения (1) и $u_\delta(t_0)$ в (3) связаны между собой следующим образом

$$u(t_0) - u_\delta(t_0) \le C\sqrt{\delta}; \qquad (4)$$

Где $0 < C$ – const

Из (2) почленно отнимаем (3)

$$\varepsilon[v(t) - v_\delta(t)] + \int_{\alpha(t)}^t K_0(t,s)[v(s) - v_\delta(s)] + \int_{\alpha(t)}^t [K_1\big(t,s,v(s)\big) -$$

$$-K_1(t,s,v_\delta(s))]ds = f(t) - f_\delta(t) + \varepsilon[u(t_0) - u_\delta(t_0)]; \qquad (5)$$

Уравнение (5) преобразуем к следующему виду

$$v(t) - v_\delta(t) + \frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^t K_0(s,s)[v(s) - v_\delta(s)]ds = -\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha(t)}^t [K_0(t,s) - K_0(s,s)] \times$$

$$\times\big(v(s) - v_\delta(s)\big)ds + \frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{\alpha(t)} K_0(s,s)[v(s) - v_\delta(s)]ds - \frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha(t)}^{t} [K_1\big(t,s,v(s)\big) -$$

$$-K_1\big(t,s,v_\delta(s)\big)]\,ds + \frac{1}{\varepsilon}[f(t) - f_\delta(t)] + u(t_0) - u_\delta(t_0); \qquad t\in[t_0;T] \qquad (6)$$

Используя резольвенту $R(t,s,e) = -\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}$ ядра $-\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)$ решение уравнения (6) можно представить

$$v(t) - v_\delta(t) = -\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha(t)}^t [K_0(t,s) - K_0(s,s)]\big(v(s) - v_\delta(s)\big)ds +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{\alpha(t)} K_0(s,s)[v(s) - v_\delta(s)]ds - \frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha(t)}^t [K_1\big(t,s,v(s)\big) - K_1(t,s,v_\delta(s)]\,ds +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}[f(t) - f_\delta(t)] + u(t_0) - u_\delta(t_0) + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^t\int_{\alpha(s)}^s K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}[K_0(t,\tau) -$$

$$-K_0(\tau,\tau)]\big(v(\tau) - v_\delta(\tau)\big)d\tau ds - \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^t\int_{\alpha(s)}^s K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}[K_0(t,\tau) - K_0(s,\tau)] \times$$

$$\times\big(v(\tau) - v_\delta(\tau)\big)d\tau ds - \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^t\int_{t_0}^{\alpha(s)} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}K_0(\tau,\tau)(v(\tau) - v_\delta(\tau))d\tau ds +$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^t\int_{\alpha(s)}^s K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\big[K_1\big(t,\tau,v(\tau)\big) - K_1\big(t,\tau,v_\delta(\tau)\big)\big]d\tau ds -$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t}\int_{\alpha(s)}^{s} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\left[K_1\big(t,\tau,v(\tau)\big)-K_1\big(s,\tau,v(\tau)\big)\right]d\tau ds+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t}\int_{\alpha(s)}^{s} K_0(s,s)\times$$

$$\times e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\left[K_1\big(t,\tau,v_\delta(\tau)\big)-K_1\big(s,\tau,v_\delta(\tau)\big)\right]d\tau ds-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\times$$

$$\times[f(s)-f_\delta(s)]ds\ -\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t}K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\,[u(t_0)-u_\delta(t_0)]ds;$$

Кратные интегралы в последнем преобразуем с помощью формулы Дирихле и заметив

$$\tfrac{1}{\varepsilon}\int K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}ds=\int e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}\,d\big(-\tfrac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau\big)$$

Из последнего имеем

$$v(t)-v_\delta(t)=\int_{t_0}^{\alpha(t)} H_0(t,\tau,\varepsilon)[v(\tau)-v_\delta(\tau)]d\tau+\int_{t_0}^{\alpha(t)} H_1(t,\tau,\varepsilon)[v(\tau)-v_\delta(\tau)]d\tau+$$

$$+\int_{\alpha(t)}^{t} H_2(t,\tau,\varepsilon)[v(\tau)-v_\delta(\tau)]d\tau+\int_{t_0}^{\alpha(t)} N_0(t,\tau,\varepsilon,v(\tau),v_\delta(\tau))\,d\tau+$$

$$+\int_{t_0}^{\alpha(t)}N_1(t,\tau,\varepsilon,v(\tau),v_\delta(\tau))\,d\tau+\int_{\alpha(t)}^{t}N_2(t,\tau,\varepsilon,v(\tau),v_\delta(\tau))\,d\tau+\ F(t,\varepsilon)+U(t,\varepsilon); \quad (7)$$

Где $$H_0\,(t,\tau,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}K_0(t,\tau)\,e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K_0\,(s,s\,)ds}; \quad (8)$$

$$H_1\,(t,\tau,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}\,e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K_0\,(s,s\,)ds}[\,K_0(t,\tau)-K_0\,(\tau,\tau)]-$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_\tau^{\alpha^{-1}(\tau)}K_0(s,s)\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0\,(\tau\,,\tau\,)d\tau}[\,K_0(t,\tau)-K_0\,(s,\tau)]\,ds; \quad (9)$$

$$H_2\,(t,\tau,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}\,e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K_0\,(s,s\,)ds}[\,K_0(t,\tau)-K_0\,(\tau,\tau)]-$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_\tau^{t}K_0(s,s)\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0\,(\tau\,,\tau\,)d\tau}\,[K_0(t,\tau)-K_0\,(s,\tau)]\,ds; \quad (10)$$

$$N_0\,(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}\,e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K_0\,(s,s\,)ds}[K_1(t.\tau,v(\tau))-K_1\big(t.\tau,v_\delta(\tau)\big)]; \quad (11)$$

$$N_1(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K_0(s,s)ds}[K_1(t.\tau,v(\tau))-K_1\big(t.\tau,v_\delta(\tau)\big)]-$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_\tau^{\alpha^{-1}(\tau)}K_0(s,s)\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0\,(\tau\,,\tau\,)d\tau}[\,K_1\big(t.\tau,v(\tau)\big)-K_1\big(s.\tau,v(\tau)\big)-$$

$$-K_1\big(t.\tau,v_\delta(\tau)\big)+K_1\big(s.\tau,v_\delta(\tau)\big)]ds; \quad (12)$$

$$N_2(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K_0(s,s)ds}[K_1(t.\tau,v(\tau))-K_1\big(t.\tau,v_\delta(\tau)\big)]-$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_\tau^{t}K_0(s,s)\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0\,(\tau\,,\tau\,)d\tau}[\,K_1\big(t.\tau,v(\tau)\big)-K_1\big(s.\tau,v(\tau)\big)-$$

$$-K_1\big(t.\tau,v_\delta(\tau)\big)+K_1\big(s.\tau,v_\delta(\tau)\big)]ds; \quad (13)$$

$F(t,\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}\big(f(t) - f_\delta(t)\big) - \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)\ e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}[f(s) - f_\delta(s)]ds;$ (14)

$U(t,\varepsilon) = e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s))ds}[u(t_0) - u_\delta(t_0)];$ (15)

Далее обратим внимание к следующим утверждениям.

Лемма 1. Пусть выполняются условия $1^0 - 2^0$. Тогда для функции $H_0(t,\tau,\varepsilon)$ определенной по формуле (8) имеет место

$\int_{t_0}^{\alpha(t)} |H_0(t,\tau,\varepsilon)| d\tau \le \gamma_0 > 0;$ $\quad t\epsilon[t_0;T]$ (15)

где $\gamma_0 = \sup\limits_{\substack{t\in[t_0,T] \\ \tau\in[\alpha\{t\},T]}} \frac{|\mathrm{K}_0(t,\tau)|\ \alpha'(\alpha^{-1}(\tau))}{|\mathrm{K}_0(\alpha^{-1}(\tau),\alpha^{-1}(\tau))|}$;

Доказательство: Согласно свойству взаимообратных функций

$(\alpha^{-1}(\alpha(t))' = \frac{1}{(\alpha^{-1}(t))'}$;

Тогда $d_\tau(-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t} K_0(s,s)ds) = \frac{1}{\varepsilon} K_0\left(\alpha^{-1}(\tau),\ \alpha^{-1}(\tau)\right)\left(\alpha^{-1}(\tau)\right)' \mathrm{d}\tau$

Принимая во внимание эти соотношения и с учетом условий леммы получится требуемая оценка.

Лемма 2. Пусть $\mathrm{H}_1(\mathrm{t},\tau,\varepsilon)$ и $\mathrm{H}_2(\mathrm{t},\tau,\varepsilon)$ определены по формулами (9), (10) соответственно. Кроме того выполняются условия $1^0 - 3^0$

Тогда справедливы оценки

$|H_1(t,\tau,\varepsilon)| \le l_1(\tau)\ (1 + e^{-1})$ при $(t,\tau) \in G_1 = \{t_0 \le t,\tau \ \le T\}$; (16)

$|H_2(t,\tau,\varepsilon)| \ \le \ l_1(\tau)$ при $(t,\tau) \in G_1 = \{t_0 \le t,\tau \ \le T\}$; (17)

Доказательство: Имея ввиду

$d_s\left(-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau\right) = \frac{1}{\varepsilon} K(s,s)$ и воспользовавшись формулой интегрирования по частям получаем соответствующие оценки.

Лемма 3. Пусть выполняются условия $1^0, 2^0$ и 4^0 и функции $\mathrm{N}_0(\mathrm{t},\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)$, $\mathrm{N}_1(\mathrm{t},\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)$ и $\mathrm{N}_2(\mathrm{t},\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)$ определены соответственно формулами (11), (12) и (13). Тогда имеют места следующие неравенства

$|N_0(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)| \le l_2(\tau)\ e^{-1}\ |[v(\tau) - v_\delta(\tau)]|;$ (18)

$|N_1(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)| \le l_2(\tau)(1 + 2\ e^{-1})|[v(\tau) - v_\delta(\tau)]|;$ (19)

$|N_2(t,\tau,v(\tau),v_\delta(\tau),\varepsilon)| \le l_2(\tau)(1 + 2\ e^{-1})|[v(\tau) - v_\delta(\tau)]|;$ (20)

Доказательство: Если переходить к оценке в (11), (12) и (13) соответственно с учетом условий леммы, заметив

$\sup(\eta e^{-\eta}) = 1$ получаем требуемые оценки.

Лемма 4. Пусть функция $\mathrm{F}(\mathrm{t},\varepsilon)$ определена формулой

$$F(t,\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}[f(t) - f_\sigma(t)] - \frac{1}{\varepsilon^2}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}[f(s) - f_\sigma(s)]ds;$$

кроме того $|f(t) - f_\sigma(t)| < \delta;\quad \delta > 0 \quad t \in [t_0;T]$

а также выполняются условия 1^0-2^0

тогда справедлива оценка

$|F(t,\varepsilon)| \le \frac{2\delta}{\varepsilon};\quad t \in [t_0;T] \qquad \varepsilon > 0$ (21)

Доказательство. В силу условий леммы и с учетом того, что

$$\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}ds = 1 - e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)ds}$$

из выражения функции $F(t,\varepsilon)$ получается требуемая оценка.

Лемма 5. Пусть функция U(t,ε) определена формулой

$$U(t,e) = u(t_0) - u_\sigma(t_0) - \frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} K_0(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K_0(\tau,\tau)d\tau}[u(t_0) - u_\sigma(t_0)]ds$$

При этом $u(t_0)$ и $u_\sigma(t_0)$ связаны соотношением

$|u(t_0) - u_\sigma(t_0)| \le C_1\sqrt{\delta}$ и выполняются условия 1^0-2^0

Тогда справедлива

$|U(t_1\varepsilon)| \le 2C_1\sqrt{\delta}; \quad \varepsilon > 0, \ \ t \in [t_0;T]$ (22)

где 0<C_1-const - не зависящий от ε и δ.

Доказательство аналогично к предыдущей.

В силу оценок (15) – (22) из (7) имеем

$$|V(t)| \le \gamma_0\|V(t)\|_c + \int_{t_0}^{t} l(\tau)(1+e^{-1})|V(\tau)|d\tau + \int_{\alpha(t)}^{t} l(\tau)|V(\tau)|d\tau +$$
$$+\int_{t_0}^{\alpha(c)} l(\tau)\cdot e^{-1}|V(\tau)|d\tau + \int_{t_0}^{\alpha(c)} l(\tau)(1+2e^{-1})|V(\tau)|d\tau + \int_{\alpha(t)}^{t} l(\tau)(1+2e^{-1})|V(\tau)|d\tau + \frac{2\delta}{\varepsilon} + 2c_1\sqrt{\delta};$$

или

$$|V(t)| \le \gamma_0\|V(t)\|_c + \frac{2\delta}{\varepsilon} + 2c_1\sqrt{\delta} + \int_{t_0}^{t} l(\tau)(3+4e^{-1})|V(\tau)|d\tau$$

На основании неравенства Гроноулла-Беллмана последнее перепишем

$$|V(t)| \le [\gamma_0\|V(t)\|_c + \frac{2\delta}{\varepsilon} + 2c_1\sqrt{\delta}]e^{\int_{t_0}^{t} l(\tau)(3+4e^{-1})d\tau}$$

Потребуем $\beta_2 = \gamma_0 e^{(3+4e^{-1})\int_{t_0}^{t} l(\tau)d\tau} \le 1$

Отсюда получится $\|V(t)\|_c \le \frac{\alpha_0(\varepsilon,\sigma)}{1-\beta_2}$ (23)

Где $\alpha_0(\varepsilon,\delta) = (\frac{2\delta}{\varepsilon} + 2c_1\sqrt{\delta})\ e^{\int_{t_0}^{t} l(\tau)(3+4e^{-1})d\tau}$

Теперь рассмотрим уравнение (2). Его решение будем искать в виде

$$v(t) = u(t) + \xi(t) \qquad (24)$$

где *u(t)* – непрерывное решение уравнения (1)

Подставляя (17) в (2) и повторив все ранее сделанные действия преобразований и вычислений в силу условий 1^0- 4^0

$\|\xi(t,\varepsilon)\|_c = \frac{\alpha_1(\alpha)}{1-\beta_2}$ (25)

где $\alpha_1(\varepsilon) = C_0(\varepsilon)e^{\int_{t_0}^{t}(3+4e^{-1})e(\tau)d\tau}$

$\beta_2 = \gamma_0 e^{(3+4e^{-1})\int_{t_0}^{t} l(\tau)d\tau} < 1$

$$\gamma_0 = \sup_{\substack{t\in[t_0;T] \\ \tau\in[\alpha(t);T]}} \frac{|K_0(t,\tau)|\alpha'(\alpha^{-1}(\tau))}{|K_0(\alpha^{-1}(\tau),\alpha^{-1}(\tau))|}$$

Если полагать $\varepsilon = \sqrt{\delta},$ то в силу (23 и (25) имеем

$|u(t) - v_\delta(t)| \le |u(t) - v(t)| + |v(t) - v_\sigma(t)| \le \frac{1}{1-\beta_2}[C_0(\sqrt{\delta}) + 2\sqrt{\delta} + 2C_1\sqrt{\delta}]e^{\int_{t_0}^{t}(2+4e^{-1})e(\tau)d\tau};$ (26)

Т.о. доказано

Теорема. Пусть выполняется условия 1^0-4^0, кроме того имеет место

$|f(t) - f_\sigma(t)| < \delta \quad \delta > 0 \quad t \in [t_0; T]$ и $u(t)$- непрерывное на $[t_0, T]$ решение уравнения (1).

Тогда решение $u_\delta(t)$ уравнения (3) для $\varepsilon = \sqrt{\delta}$ сходится к решено $u(t)$ уравнения (1) в $C[t_0; T]$ при $\delta \to 0$. и справедлива оценка

$$|u(t) - v_\delta(t)| \leq \frac{1}{1-\beta_2}\left[C_0\sqrt{\delta} + 2\sqrt{\delta} + 2C_1\sqrt{\delta}\right]e^{\int_{t_0}^{T}(3+4e^{-1})l(\tau)d\tau};$$

Литература:

1. Асанов А., Бекешов Т. О. Единственность решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода с двумя независимыми переменными //Мат-лы Междунар. Конф. «Актуальные проблемы математики и математические моделирования экологических систем», Алматы, окт. 1996 – Алматы, 1996;
2. Апарцин А. С. Неклассические уравнения Вольтерра I – рода: Теория и численные методы –Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1999.-193С;
3. Апарцин А. С., Караулова И. В., Маркова Е. В., Труфанов В. В. Применения интегральных уравнений Вольтерра для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики // Электричество, 2005, -№ 10 - С. 69-75;
4. Бекешов Т. О. Выбор параметра регуляризации решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра I-рода. // Мат-лы IV- респ. Научно- метод. конф. «Компьютеры в учебном процессе и современные прблемы математики» Бишкек, ноябрь 1998 –Бишкек: КГПУ им. И. Арабаева, 1998 –С. 28-34;
5. Глушков В. М., Иванов В. В., Яненко В. М. Моделирование развивающихся систем –М: Наука, 1983 -350С.;
6. Иманалиев М. И., Асанов А. Регуляризация, единственность и существование решения для интегральных уравнений Вольтерра I- рода // Исслед. по интегро-дифф. Уравнениям – Фрунзе: Илим 1988, -Вып.21, -С.3-38;
7. Лаврентьев М. М,, Романов В. Г., Шишатский С. Р. Некорректные задачи математической физики и анализа –М: Наука, 1980;
8. Мартынюк А. А., Гутовски Р. Интегральные неравенства и устойчивость движения –Киев: Наук Думка, 1979;
9. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач –М:Наука 1979. -288 С.

Рецензент: д.пед.н., профессор Син Е.Е.