АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, МЕХАНИКИ И ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКИ

Бекболотов Д.Б., Бекболотова С.Д., Адамалиев Б.А.

MathCad СИСТЕМАСЫНДАГЫ ДИФФЕРЕНЦИРЛӨӨ АМАЛЫНЫН КОЛДОНУЛУШТАРЫ

Бекболотов Д.Б., Бекболотова С.Д., Адамалиев Б.А.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЕРАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ MathCad

D.B. Bekbolotov, S.D. Bekbolotova, B.A. Adamaliev

USING THE DIFFERENTIATION OPERATION IN THE MathCad SYSTEM

УДК: 372.851:378.1:004

Бул макалада MathCad системасындагы дифференцирлөө амалынын колдонулуштары каралган. Функциянын туундусу жана жекече туундулары аныктама жана шаблон боюнча эсептелинип салыштырылып көрсөтүлгөн. Ошондой эле функциянын жана анын туундусунун графиги бир координат системасында жайгаштырылып көрсөтүлгөн.

Негизги сөздөр: *MathCad системасы, дифференцирлөө амалы, функция, көп аргументтүү функция, функциянын графиги, функциянын туундусу, функциянын жекече туундусу, функциянын предели, координат системасы, шаблон MathCad.*

В данной статье рассматриваются использование операции дифференцирования в системе MathCad. Предложено нахождение производные и частные производные функции по определению и по шаблону. Показаны, что они дают одинаковые результаты. Построены графики функции и его производной в одной системе координат.

Ключевые слова: *Функция, функция нескольких переменных, производные функции, частные производные, предел функции, система координат, система MathCad, операции дифференцирования, шаблон MathCad.*

This article discusses the use of the differentiation operation in the MathCad system. It is suggested to find the derivatives and partial derivatives of the function by definition and pattern. It is shown that they give the same results. The graphs of the function and its derivative in one coordinate system are constructed MathCad.

Key words: *Function, function of several variables, derivative functions, partial derivatives, function limit, coordinate system, MathCad system, differentiation operations, template MathCad.*

Дифференцирлөө амалы Mathcad системасында аналитикалык формада ишке ашырылат жана математикалык символдорго туура келген традициялык оператордун жардамы менен белгиленип жазылат.

Mathcad системасынын жардамы менен каалагандай сандагы аргументтүү скалярдык функциялардын туундуларын эсептөөгө болот. Мындагы функция жана аргументтер чыныгы же комплекстүү болушу мүмкүн.

Башка амалдардан айырмаланып символдук дифференцирлөө көпчүлүк аналитикалык түрдө берилген функциялардан дифференцирлөө амалын ийгиликтүү аткара алат.

Аналитикалык дифференцирлөө амалын Mathcad системасында бир эле жолу аткарып көргөндөн кийин колдонуучу адам экинчи колуна карандаш алып кол менен туундуну эсептегиси келбей калат. Туундуну аныктама боюнча эсептөөдө функциянын пределин эсептөө зарылдыгы келип чыгат. Ошондуктан, Mathcad системасында пределди эсептөө мүмкүнчүлүгү менен таныша кетүү зарыл. Мисалы, Mathcad системасындагы пределди эсептөө мүмкүнчүлүгүн пайдаланып, туундуну аныктама боюнча эсептөө мүмкүнчүлүгүн көрсөтө кетели [1,2,3,4]:

$$f(x) := \sin(x) + x$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \to 1 + \cos(x)$$

$$f(x) := e^{2x} + \sqrt{x + 1}$$

$$f(x) := x^2 \cdot \sin(x) + \cos(x)$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \to x^2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) - \sin(x)$$

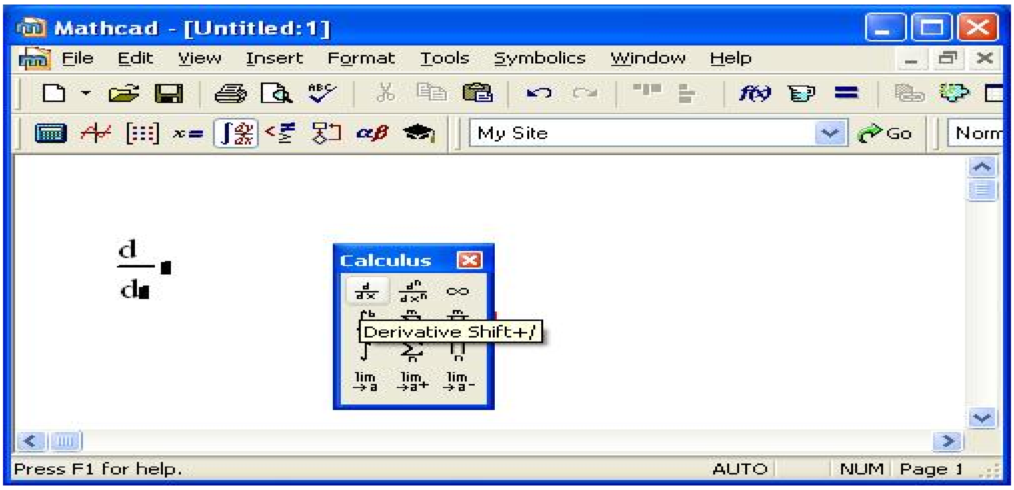
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \to \frac{2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot (x + 1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}}{(x + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

Mathcad системасында туундунун алууну атайын шаблондору (программалык ядролор) бар. Ошондуктан, аныктаманы пайдаланып туундуну эсептөөнүн зарылчылыгы деле жок. Төмөндө ошол мүмкүнчүлүктөргө кеңири токтолобуз.

Функцияны аналитикалык дифференцирлөө

Берилген f(x) функциясынын туундусун Mathcad системасында аныкташ үчүн:

1. f(x) функциясын беришибиз керек.
2. Calculus (Эсептөө) панелиндеги Derivative (Туунду) баскычын басабыз же баскычтар тобунан <?> белгисин киргизебиз .
3. Тандалып алынган жерде пайда болгон дифференцирлөө операторунун толтурулуучу жерине x аргументинен көз каранды болгон f(x) функциясын жана x аргументинин өзүн киргизебиз.
4. Жыйынтыкты алыш үчүн символдук эсептөө операторун <→> киргизебиз.



Сүрөт 1. Дифференцирлөө оператору

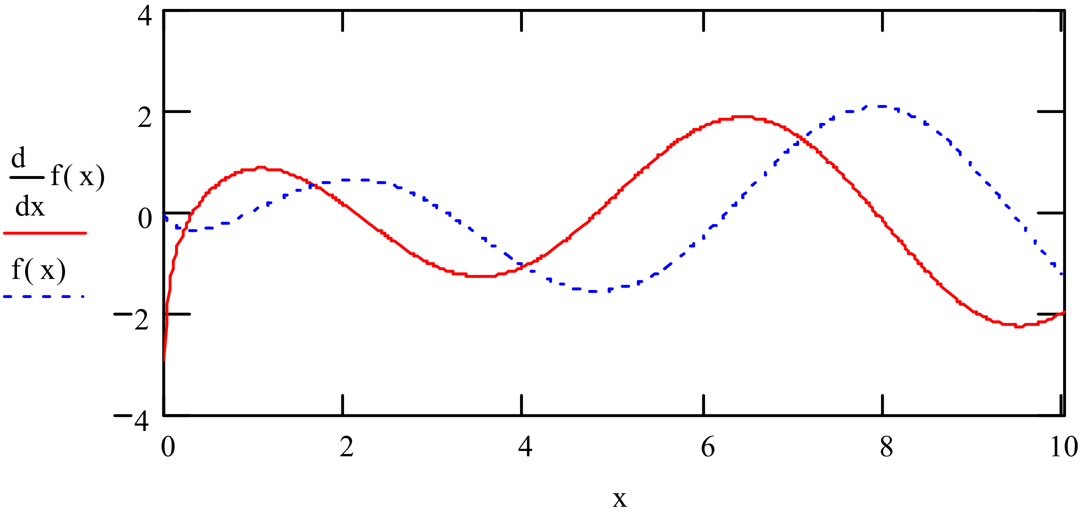
Аналитикалык дифференцирлөөгө карата мисалдар:

Мисал 1. Mathcad системасын пайдаланып төмөнкү функциялардын туундусун эсептегиле жана алардын графиктерин чийгиле:

$$f(x) := \sin(x) \cdot \ln(x)$$

$$\frac{d}{dx} f(x) \to \cos(x) \cdot \ln(x) + \frac{\sin(x)}{x}$$

Функцияга дифференцирлөө операторун колдонгондон кийинки жыйынтык дагы ошол эле өзгөрмөдөн көз каранды функция болоорун эске алып төмөнкү сүрөттөлүштөрдү чагылдырып көрсөтүүгө болот.



Сүрөт 2. Функциянын жана функциясынын туундусунун графиги.

Жекече туунду

Аныктама: Эгерде төмөнкү предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x} = f_x'(x,y)$$

аныкталса жана чектүү мааниге ээ болсо, анда аны z функциясынын x аргументи боюнча алынган жекече туундусу деп айтабыз.

Ушуга окшош эле төмөнкү пределди

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} = f_y'(x,y)$$

аныкталса жана чектүү мааниге ээ болсо, андааны z функциясынын y аргументи боюнча алынган жекече туундусу деп айтабыз. Эми ушул аныктаманы пайдаланып эки аргументтүү төмөнкү функциялардын жекече туундуларын эсептейли:

$$f(x,y) := x^3 + x^2 y + y^3$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x} \to 3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot y$$

$$f(x,y) := x^3 + x^2 y + y^3$$

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} \to x^2 + 3\cdot y^2$$

$$f(x,y) := \sqrt{x^2 - y^2}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x} \to \frac{1}{\left(x^2 - y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot x$$

$$f(x,y) := \sqrt{x^2 - y^2}$$

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} \to \frac{-1}{\left(x^2 - y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot y$$

$$f(x,y) := 2^{x \cdot y}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x} \to 2^{x \cdot y} \cdot \ln(2) \cdot y$$

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} \to 2^{x \cdot y} \cdot \ln(2) \cdot x$$

Жекече туундуларды эсептөө боюнча дагы Mathcad системасынын атайын программалык ядросу бар жана алар аркалуу сандык жана символдук эки процессорунун жардамы менен көп аргументтүү функциясын туундусун эсептөөгө болот.

Көп аргументтүү функциянын аргументтеринин бири боюнча алынган туундуну жекече (айрым) туунду деп аталары белгилүү. Жекече туундуну эсептеш үчүн Calcules (Эсептөө) панелинен туунду операторун киргизүү керек. Андан кийин толтурулуучу орунга кайсы өзгөрмө боюнча туунду алгыбыз келип жатса ошол өзгөрмөнү жазыш керек.

Эки аргументтүү функциядан жекече туунду алуунун мисалдарын төмөнкү программалоо баракчасынан көрсөтөлү. Бул баракчалардын ар биринде биринчи сапчага функция аныкталып берилет, ал эми кийинки сапчаларында ар бир өзгөрмө боюнча алынган жекече туундулар эсептелинет. Ал эми чекиттеги жекече туундуну аныктоодо, адегенде бардык аргументтердин маанисин берүү керек. Туундуну символдук формада аныктоодо аргументтердин маанилерин киргизүүнүн зарылдыгы жок.

Жекече туундуну аналитикалык эсептөө:

$$f(x,y) := y \cdot \sin(x) \qquad \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \to y \cdot \cos(x)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \to \sin(x)$$

Экинчи тартиптеги жекече туундуну эсептөө:

$$f(x,y) := y^2 \cdot x^3 + y \cdot x^2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) \rightarrow 6 \cdot y^2 \cdot x + 2 \cdot y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y) \rightarrow 2 \cdot x^3$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \rightarrow 6 \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot x$$

Колдонулган адабияттар:

1. Бекболотов Д.Б., Бекболотова С.Д., Эсенгулов У.А. MathCAD системасынын программалык операторлорун пайдаланып прграмма түзүү. Сборник «Современные прблемы механики сплошных сред», Бишкек, 2012.
2. Бекболотов Д.Б., Эсенгулов У.А. MathCAD системасынын функцияны изилдөөдө колдонулуштары. И.Арабаев атындагы КМУнун жарчысы, Бишкек, 2012.
3. Бекболотов Д.Б., Бекболотова С.Д., Эсенгулов У.А. Mathcad чөйрөсүндө эксперименталдык байкоолордун компьютердик моделин түзүү. Вестник КГУим.И.Арабаева, Бишкек,2008 г .
4. Дмитрий Кирьянов. Mathcad 13. Санкт-Петербург «БХВ-Петербург», 2006.

Рецензент: к.т.н., доцент Курманбек у Т.