МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
MATHEMATICAL SCIENCES

Ташматов Ч.О., Жороев А.

ЧЫГАРЫЛЫШЫ БАШКА СУРООЛОРДУН ЧЕЧИЛИШИН ТАЛАП КЫЛГАН МАСЕЛЕ

Ташматов Ч.О., Жороев А.

ЗАДАЧА, РЕШЕНИЕ КОТОРОЙ ТРЕБУЕТ РЕШЕНИЯ ДРУГИХ ВОПРОСОВ

Ch.O. Tashmatov, A. Zhoroev

THE TASK, SOLUTION OF WHICH REQUIRES SOLVING OTHER ISSUES

УДК: 517.378.147/51

Студенттерди, окуучуларды жалаң эле программалык материалдардын алкагындагы маселе, мисалдар менен кызыктыруу мүмкүн эмес. Математикага кызыктыруу ар түрдүү мазмундагы жана чыгарылыштары кызыгууну пайда кыла турган маселерди мезгил-мезгили менен көрсөтүп туруу чоң мааниге ээ. Бул макалада ушундай маселелердин чыгарылыштары жөнүндө сөз болот.

***Негизги сөздөр**: математика, кызыгуу чеберчили, жогорулатуу, талыкпастык, сабырдуулук.*

Заинтересовать студентов, учашихся математике, только на фоне программных материалов невозможно. Чтобы заинтересовать студентов математике, нужно временами показывать решения задач различного характера с красивыми решениями.

***Ключевые слова:** математика, интерес к мастерству, повышение, неустанность, сдержанность.*

To interest students, and pupils on math, only against the background of program materials is impossible. To interest students in mathematics at tames need to show the decision of problems of different character with beautiful solutions.

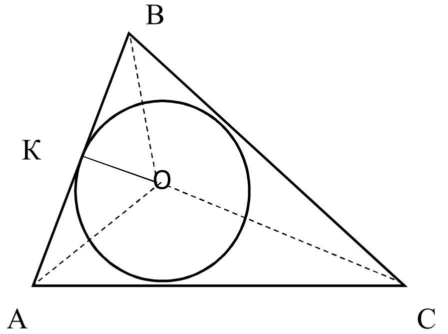
***Key words:** ath, interest in skill enhancement, relentless, restraint.*

Чыгарылышы башка суроолордун чечилишине муктаж болгон маселелер окучуулардын, студенттердин математикага болгон кызыгуусун арттырып, чеберчилигин жогорулатып, аларды талыкпастыкка, сабырдуулукка тарбиялары шексиз. Төмөндө биз, ушундай маселенин бирине токтолобуз.

Маселе: Эгерде α, β, γ үч бурчтуктун бурчтары болсо, төмөнкүдөй болорун далилдегиле (1) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma \leq \frac{3}{2}$

Чыгаруу: Биринчи эки кошулуучуну көбөйтүндүгө өзгөртүп түзүп, $\cos\gamma = \cos(180^0 - (\alpha+\beta) = -\cos(\alpha+\beta)$ болорун эске алып: $2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cos(\alpha+\beta)$га ээ болобуз. $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ болгондуктан: $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ - $2\cos\frac{2\alpha+\beta}{2}$ +1= $2\cos\frac{2\alpha+\beta}{2}$ ($\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ - $\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$) +1 ге ээ болобуз. Эми (2) $\frac{r}{R} = 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$ болорун далилдейбиз.

Далилдөө:



$\frac{АК}{ОК} = \mathrm{Ctq}\frac{\alpha}{2}$, $\frac{ВК}{ОК} = \mathrm{Ctq}\ \frac{\beta}{2} \Rightarrow АК = r\ \mathrm{Ctq}\frac{\alpha}{2}$, $r\ \mathrm{Ctq}\ \frac{\beta}{2}$ болору белгилүү.

$АВ = АК + ВК = r\ (\mathrm{Ctq}\frac{\alpha}{2} + \mathrm{Ctq}\ \frac{\beta}{2})$ бул суммана төмөнкүдөй кылып жазып алабыз:

$r\ (\mathrm{Ctq}\frac{\alpha}{2} + \mathrm{Ctq}\ \frac{\beta}{2}) = r\ \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}*\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{r\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}*\sin\frac{\beta}{2}}$; $АВ = 2R\sin\gamma$ болорун билип,

$2R\sin\gamma = \frac{r\cos\ \frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}*\sin\ \frac{\beta}{2}}$ же $2R*2\sin\frac{\gamma}{2}\cos\ \ \frac{\gamma}{2} = \frac{r\cos\ \frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}*\sin\ \frac{\beta}{2}}$ деп жаза алабыз.

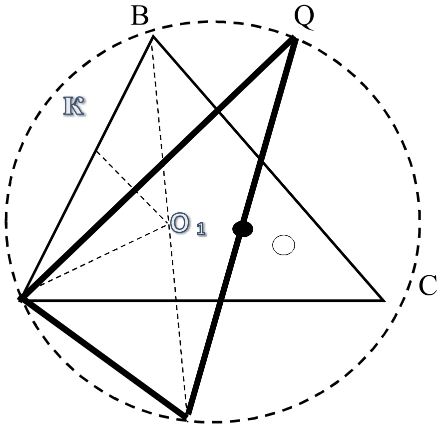
Жөнөкөйлөтүп, (2) барабардыкка ээ болобуз.

Ушундан кийин (3) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \frac{r}{R} + 1$ болот.

$R \geq 2r$ болору, Эйлердин формуласынан келип чыгат. Түшүнүк толук болушу үчүн, Эйлердин үч бурчтукка ичинен жана сырттан сызылган айланалардын борборлорунун арасындагы аралыктын формуласын көрсөтүү керек.

Эйлердин формуласы: $d=\sqrt{R^2-2Rr}$

Далилдөө:



$d = |0,0_1|$ болсо хордалардын касиетинен: $ВО_1,*\ О_1Д = (R\text{-}d)\ (R+d) = R^2\text{-}d^2$ деп жаза алабыз. Тышкы бурчтун касиети боюнча:

$\widehat{АО_1Д} = \widehat{О_1}АД$ болгондуктан: $О_1Д=АД$ болот.

Анда $ВО_1 * О_1Д = ВО_1АД = \frac{О_1К\frac{АД}{QД}QД}{\frac{О_1К}{ВО_1}} = \frac{О_1К\sin\frac{\widehat{B}}{2}QД}{\sin\frac{\widehat{B}}{2}} = r * 2R$, $R^2\text{-}d^2 = 2Rr$, мындан $d = \sqrt{R^2-2Rr}$ болот

(3) барабардыкты төмөнкүдөй жаза алабыз:

$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \frac{r}{R} + 1 \leq \frac{r}{2r} + 1 = \frac{3}{2}$

Эгерде барабардыктын кандай шартта аткарыларын көрсөтүп берсек, анда берилген маселе боюнча окуучудада, студентте да эч кандай күмөн ой калбайт. Бул төмөнкүдөй болушу мүмкүн:

Эгерде, $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \frac{3}{2}$ болсо үч бурчтук тең жактуу болорун далилде.

Далилдөө:

$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \frac{3}{2}$; $2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cos(\alpha+\beta) = \frac{3}{2}$;

$2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cos\frac{2\alpha+\beta}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ же $2(\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cos\frac{2\alpha+\beta}{2} - \frac{1}{4}) = 0$

$-2(-\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos^2\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{1}{4}\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2} + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha-\beta}{2}) = 0$

$-2(\cos\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2})^2 - \frac{1}{2}\sin(\frac{2\alpha+\beta}{2}) = 0$

Эки кошулуучу бир мезгилде нолго айланганда гана ноль болот, б.а.

$$\begin{cases} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}=0 \\ \cos\frac{\alpha+\beta}{2}-\frac{1}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=0 \end{cases}$$ болуш керек. Биринчи теңдемеден $\alpha-\beta=0$ же $\alpha=\beta$ муну экинчи теңдемеге коюп: $\cos\alpha$ -$\frac{1}{2}$ =0, $\cos\alpha=\frac{1}{2}$, же $\alpha=\frac{\Pi}{3}$ ге ээ болобуз. Анда $\beta=\frac{\Pi}{3}$ жана $\gamma=\frac{\Pi}{3}$ болуп, үч бурчтук тең жактуу болот. Мындай маселелерди көрсөткүсү келген окутуучу, мугалим бул сыяктуу суроолорду эч кыйынчылыксыз эле таап аларына күмөнүбүз жок.

Адабияттар:

1. Прасолов В.В. «Задачи по планиметрии». Часть 1. - Москва: «Наука», 1991.
2. «Избранные вопросы математики». // Факультативный курс 10. // Под редакцией В.В. Фирсова. - Москва: «Просвешение», 1980.
3. Погорелов А.В. «Геометрия 7-11». - Москва: «Просвешение», 1991.

Рецензент: к.пед.н. Шайланова Н.Н.