Одинаев Р.Н.

ӨСҮМДҮКТӨРДҮ КОРГОО МАСЕЛЕСИНДЕ БЕЛГИСИЗ ПАРАМЕТРЛЕРДИН КОМПЬЮТЕРДИК ТАЛДООСУ ЖАНА АНЫКТООНУН АЛГОРИТМИ

Одинаев Р.Н.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ И АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧЕ ЗАЩИТЫ РАСТЕНИЙ

R.N. Odinaev

COMPUTER ANALYSIS AND ALGORITHM FOR DETERMINING UNKNOWN PARAMETERS INPLANT PROTECTION PROBLEMS

УДК: 519.85-519-7

Макалада биологиялык популяциялардын убакыт-жаш курак түзүмүн көңүлгө алуу менен өсүмдөктөрдү коргоо маселесиндеги белгисиз параметрлерди компьютердик талдоонун жана аныктоонун алгоритми сунушталды. Сунушталган алгоритм убакыт – жаш курак – мейкиндик моделдери болгон учурда дагы оңой колдонулат. Эгер талап кылынган тактыгына чейин каттамды жараян улана берет жана сапарлардын жогорку чегине чейин колдонулбайт. Сунушталган алгоритмдин туруктуулук жана жакындаштыруу шарттуу түрдө жогору орнотулган.

Негизги сөздөр: *модель, өсүмдүктөрдү коргоо маселеси, кут-кумурскалардын саны, биологиялык популяция, өз ара аракеттердин матрицасы, функционалдык минималдаштыруу, салмак коэффициенттери.*

В статье приводятся компьютерный анализ и алгоритм определения неизвестных параметров в задаче защиты растений с учетом временно-возрастной структуры биологических популяций. Предложенный алгоритм легко применяется и в случае временно-возрастно-пространственных моделей. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута необходимая точность, или не будет израсходован лимит итераций. Устойчивость и сходимость предложенного выше алгоритма устанавливается обычным образом.

Ключевые слова: *модель, задача защиты растений, численность насекомых, биологическая популяция, матрица взаимодействия, минимизация функционала, весовые коэффициенты.*

The paper presents a computer analyses in the problem of plant protection taking into account the temporal-age structure of biological populations. Predlojenniy algorithm legko primenyaetsya the memorandum vremenno -vozrastno-prostranstvennıh Models. The iterative process continues until the necessary accuracy is achieved, or the iteration limit is exhausted. Stability and convergence of the algorithm proposed above is established in the usual way.

Key words: *model, plant protection problem, insect numbers, biological population, interaction matrix, minimization of the functional, weight coefficients.*

Рассмотрим модельную биологическую систему с учетом временно-возрастных распределений [1-12]:

$$\begin{cases} D_{ta}N = F(N,a,t),\ \ 0 < a < a_k,\ 0 < t \le t_k \\ N(a,0) = N_0(a),\ 0 \le a \le a_{\max}, \\ N(a,0) = \int\limits_0^{a_{\max}} B(N(\xi,t),\ \xi,t)d\xi,\ 0 \le t \le t_k \end{cases} \tag{1}$$

где $D_{ta} = \dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial a}$, $F(\cdot)$, $B(\cdot) -$ соответственно вектор – функции смертности и рождаемости, $N = (N_1,...,N_m)$, $N_i = N_i(a,t)$ численность *i*-го вида возраста *a* в момент времени t, $i = \overline{1,m}.$

Пусть $F_i(\cdot) = b_i N_i + \sum\limits_{j=1}^{m} A_{ij} N_i N_j$, где $b_i A_{ij} -$ биологические параметры популяции и известны наблюдения за состоянием численности видов экосистемы в момент времени t_j:

$N_{ijk} = N_i(a_k, t_j) + \xi_{ijk}$, $i = \overline{1,m}.$ $j = \overline{1,n_0}$, $k = \overline{1,k_0}$, где ξ_{ijk} − ошибки наблюдений, удовлетворяющие условиям:

$$M\left[\xi_{ijk}\right] = 0,\ M\left[\overline{\xi_{jk}}, \overline{\xi_{jk}}\right] = \wedge(a_k, t_j)$$

Предположим также, что заданы коэффициенты b_i и функции рождаемости B_i. Требуется определить матрицу взаимодействия *A* с элементами A_{ij}. Для решения этой задачи рассмотрим функционал

$$I(A) = \sum_{k,j=1}^{k_0,n_0} P_{jk} \sum_{j=1}^{m} \left[N_{ijk} - N_i(a_k, t_j, A)\right]^2, \tag{2}$$

где P_{jk} − весовые коэффициенты, причем $\sum_{k,j} P_{jk} = 1,\ P_{jk} \geq 0,\ N_i(a_k, t_j, A) -$ решение задачи (1) в точке (a_k, t_j), $k = \overline{1, k_0}$, $j = \overline{1, n_0}$.

Минимизацию функционала (2), будем проводить методом градиентного спуска, несколько модифицированного в целях получения достаточно точного решения. Приведем алгоритм решения задачи.

1) Пусть $A^S -$ известно, т.е. *s*-ое приближение задано.

2) Решаем задачу (1).

3) Вычислим $I(A^S)$.

4) Решаем задачу чувствительности:

$$\begin{cases} D_{ta}\left(\dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}}\right) = \begin{cases} b_i \dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}} + \sum\limits_j A_{ij}\left(\dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}} N_j + \dfrac{\partial N_j}{\partial A_{\alpha\beta}} N_j\right),\ a \neq i \\ b_i \dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}} + \sum\limits_j A_{ij}\left(\dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}} N_j + \dfrac{\partial N_j}{\partial A_{\alpha\beta}} N_j\right) + N_\alpha N_\beta,\ a = i \end{cases} \\ \left.\dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}}\right|_{t=0} = 0,\ \left.\dfrac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}}\right|_{a=0} = \int\limits_0^{a_{\max}} \dfrac{\partial B_i}{\partial A_{\alpha\beta}} d\xi. \end{cases}$$

5) Находим вектор-градиент функционала:

$$\nabla_{\alpha\beta}^S = -2\sum_{k,j} P_{jk} \sum_{j=1} \left[N_{ijk} - N_1\left(a_k, t_j, A^S\right)\right] \left.\frac{\partial N_i}{\partial A_{\alpha\beta}}\right|_{\alpha_k, t_j, A^S}$$

6) Вычислим величины $\left\|\Delta^S\right\| = \sqrt{\sum_{\alpha,\beta} \nabla_{\alpha\beta}^{S_2}} d^S = \left\|\Delta^S\right\| / L.$

где *L* - масштабный коэффициент, $L = const > 0$.

7) Датчиком случайных чисел генерируем l_0 случайных векторов, равномерно распределенных на гиперсфере радиуса 1 в пространстве R^n.

8) Вычисляем l_0 направлений случайного спуска по формуле

$\Delta_{\alpha,\beta}^{\sim S,1} = \Delta_{\alpha,\beta}^S + d^S \eta_{\alpha,\beta}^l,\ l = \overline{1,..,l_0},$

где $\eta_{\alpha,\beta}^l$ - компоненты случайного вектора, полученные в предыдущем пункте,

9) Вычислим A^{S+1}:

$A_{\alpha,\beta}^{S+1} = A_{\alpha,\beta}^S - \rho_e^S \Delta_{\alpha,\beta}^{\sim S,l}.$

где ρ_e^S определяется из решения следующей задачи минимизации:

$$\rho_e^S = akg \min_{\rho \in [0,1]} I\left(\left\| A_{\alpha,\beta}^{S,l} - \rho \Delta_{\alpha,\beta}^{\sim S,l} \right\|\right)$$

10) Если не найдено значение ρ_e^S, не для какого случайного направления $l = \overline{1,..,l_0}$, то уменьшаем константу L в пункте 6 и повторяем вычисления в пунктах 7-9.

11) В противном случае определяем значение $I(A^{s+1})$, $A^{s+1} = A^{s+1,l}$.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута необходимая точность, либо пока не будет израсходован лимит итераций. Устойчивость и сходимость предложенного выше алгоритма устанавливается обычным образом. Заметим, что предложенный алгоритм легко применяется и в случае временно-возрастно-пространственных моделей.

Пример. Рассмотрим систему «паутинный клещ-клещеядный трипс».

$$\begin{cases} D_{ta} N_1 = b_1 N_1 - \alpha N_1 N_2 - \varepsilon_1 N_1^2 \\ D_{ta} N_2 = -b_2 N_2 + k\alpha N_1 N_2 - \varepsilon_2 N_1^2 \\ N_1(a,0) = N_i^0(a),\ N_i(0,t) = \int\limits_0^{a_{\max}} B_i(a) N_i(a,t)\, da \end{cases} \tag{3}$$

где N_1-численность паутинного клеща, а N_2–численность клещеядного трипса, b_1, b_2, α, k, ε_i — их биологические параметры, N_i^0 — начальная численность, $B_i(a)$ – коэффициенты рождаемости соответственно паутинного клеща и клещеядного трипса. В модельной биосистеме (3) коэффициенты b_1, b_2 задаются, а коэффициенты α, k, ε_i определяются согласно вышеизложенного алгоритма.

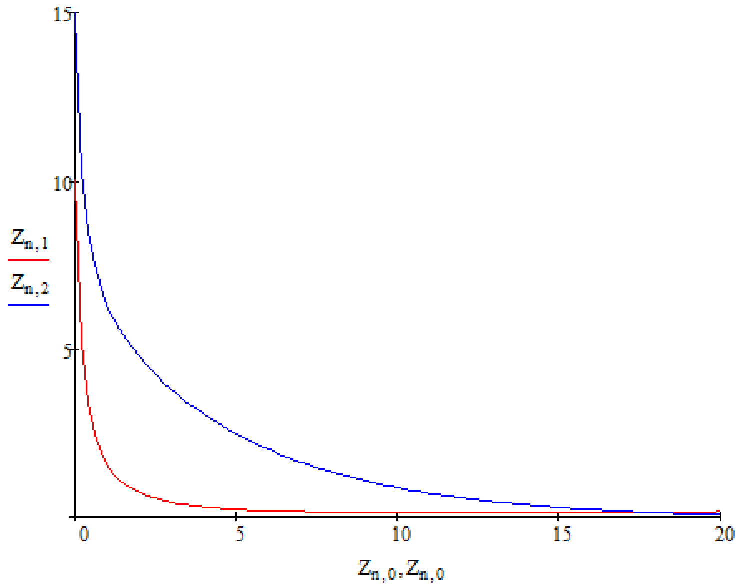

Рис. 1. Результаты вычислительных экспериментов для системы «паутинный клещ - клещеядный трипс ($Z_{n,1}$, $Z_{n,2}$-соответственно)».

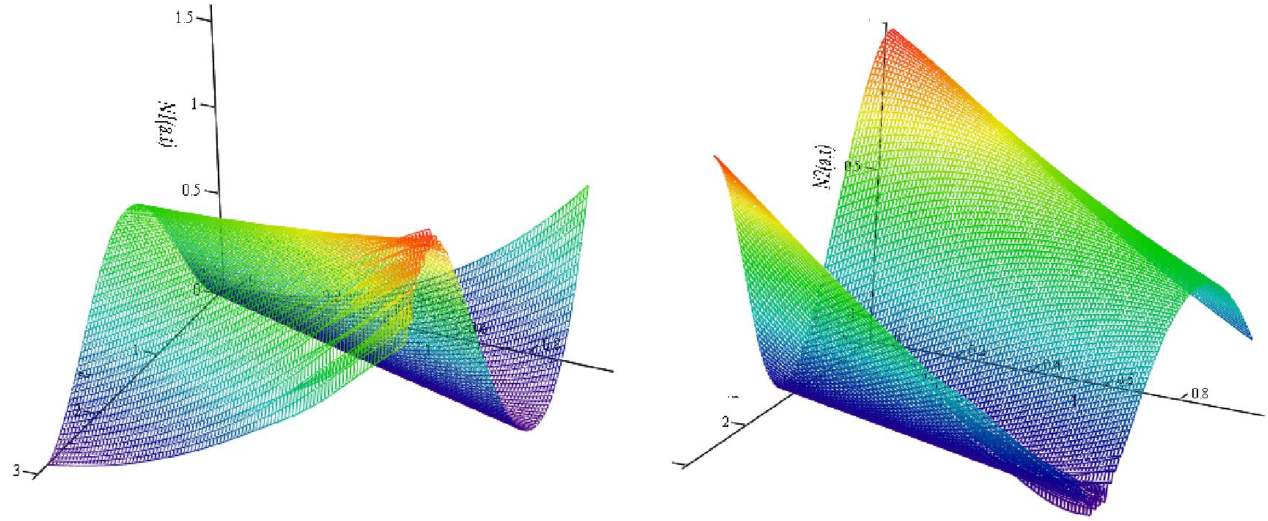

Рис. 2. Фазовый портрет системы «паутинный клещ - клещеядный трипс ($Z_{n,1}$, $Z_{n,2}$-соответственно)».

Литература:

1. Юнусов М.К. Математические модели борьбы с вредителями агроценозов. - Душанбе: Дониш, 1991. – 146 с.
2. Одинаев Р.Н. Необходимое и достаточное условие существования решения задачи защиты растений. Доклады АН РТ. Т.58. - №10. - Душанбе, 2015. - С. 879-886.
3. Одинаев Р.Н. Об одной нелинейной математической модели защиты растений с учетом возрастной структуры. Вестник Таджикского национального университета 1/2 (196). - Душанбе, 2016. - С. 13-17.
4. Юнуси М.К., Одинаев Р.Н. Исследование системы типа «Полезные насекомые вредные насекомые» с учетом возрастного состава и пространственного распределения. Вестник Таджикского технического университета 1 (17). - Душанбе, 2012. - С. 26-32.
5. Одинаев Р.Н. Исследование математической модели задачи защиты растений в стационарном случае. Вестник Таджикского национального университета, №1/3 (110). - Душанбе, 2013. - С. 7-11.
6. Одинаев Р.Н., Юнуси М.К. Оптимизационные модели интегрированного метода борьбы с вредителями биосистем трех трофических уровней. Вестник Таджикского национального университета, №1/3 (200). - Душанбе, 2016. - С. 46-52.
7. Одинаев Р.Н., Юнуси М.К. Математическая модель защиты растений в биосистеме трех трофических уровней с учетом возрастной структуры. Труды Международной летней математической Школы-Конференции С.Б. Стечкина по теории функций, Таджикистан. - Душанбе, 15-25 августа 2016. - С. 186-190.
8. Одинаев Р.Н. Задача защиты растений для точечных моделей и при произвольных трофических функциях. Вестник Таджикский национальный университет, 1/3 (85). - Душанбе, 2012. - 28-36 с.
9. Одинаев Р.Н., Косимов Ш.Н. Исследование математической модели задачи защиты растений в нестационарном случае. Вестник Таджикский национальный университет, №1/3 (134). - Душанбе, 2014. - С. 6-10.
10. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. - М.: Наука, 1976. - 286 с.
11. Одинаев Р.Н. Исследование математической модели задачи защиты растений (математическое моделирование, численные методы и комплексы программ): автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. - Душанбе, 1997. - 15 с.
12. Одинаев Р.Н. Исследование оптимизационного процесса задачи защиты растений с учетом возрастной структуры насекомых. Вестник ТНУ 1/3, серия естественных наук. - Душанбе, 2017. - С. 6-9.

Рецензент: д.т.н., профессор Шерматов Н.