Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р.

БЕШИНЧИ ТАРТИПТЕГИ АЙРЫМ ТУУНДУЛУУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕНИН БАШТАПКЫ МАСЕЛЕСИНЕ ЧЫГАРЫЛЫШТАРДЫ ӨЗГӨРТҮҮ МЕТОДУН КОЛДОНУУ

Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕШЕНИЙ К НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЯТОГО ПОРЯДКА

A.B. Baizakov, T.R. Kydyraliev

APPLICATION OF THE METHOD OF TRANSFORMATION OF SOLUTIONS TO THE INITIAL PROBLEM OF INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE FIFTH ORDER

УДК: 517.2

Айрым туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдеменин баштапкы маселенин чыгарымдуулугу жөнүндөгү көйгөй мурдагыдай эле актуалдуу болуп саналат. Изилдөө ыкмалардын бири чыгарылыштарды өзгөртүү ыкмасы болот. Бул ыкма менен баштапкы маселе сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдемесине которулат жана ал алгачкы маселеге эквиваленттүү болот. Алынган теңдемеге топологиялык ыкма колдонулат. Бул иште бешинчи тартипте айрым туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдеменин баштапкы маселесинин чыгарымдуулук көйгөйү изилденген. Алгачкы маселени изилдөө үчүн атайын нормалдуу мейкиндик тандалып алынган. Келип чыккан сызыктуу эмес экинчи түрдөгү Вольтерра интегралдык теңдемеси жалгыз чыгарылышка ээ болгон шар аныкталган. Интеграл белгиси астындагы параметр боюнча дифференцирлөө, ошондой эле интегралдын пределдери параметрден көз каранды болгондогу учуру да колдонулган. Чыгарылыштардын түзүлүшү интегралдык түрдө алынган. Баштапкы маселенин сызыктуу эместигинен, табылган жетиштүү шарттар, жалпысынан, чыгарылыштын жалгыздыгына кепилдик бербейт.

***Негизги сөздөр**: айрым туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдеме, Коши маселесинин чыгарымдуулук проблемасынын жетиштүү шарттары, кысып чагылдыруулар, экинчи түрдөгү сызыктуу эмес Вольтерра интегралдык теңдеме, Коши маселесинин чыгарылышынын интегралдык көрүнүшү.*

Проблема разрешимости начальной задачи для нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных все еще остается актуальной. Одним из методов исследования является метод преобразования решений. В этом методе исходная начальная задача переводиться к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра, причем оно является эквивалентной первоначальной. К полученному уравнению применяется топологический метод. В данной работе исследована проблема разрешимости задачи Коши для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных пятого порядка. Для исследования исходной начальной задачи выбрано специальное нормированное пространство. Определен шар, в котором преобразованное нелинейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода имеет единственное решение. При преобразовании решений использованы дифференцирования по параметру под знаком интеграла, а также случай, когда и пределы интеграла зависят от параметра. Получена структура решений в интегральном виде. В силу нелинейности начальной задач, найденные достаточные условия, вообще говоря, не гарантирует единственность полученных решений.

***Ключевые слова:** нелинейное интегро-дифференциальные уравнения в частных производных, достаточное условие разрешимости начальной задачи, принцип сжатых отображений, нелинейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода, частные производные, интегральный вид решений начальной задачи.*

The problem of the solvability of the initial problem for a nonlinear integro-differential equation in partial derivatives still remains relevant. One of the research methods is the decision transformation method. In this method, the initial initial problem is transferred to the nonlinear Volterra integral equation, and it is equivalent to the initial one. The topological method is applied to the resulting equation. In this paper, we study the problem of solvability of the Cauchy problem for nonlinear fifth-order integro-differential equations in partial derivatives. To study the initial initial problem, a special normalized space was chosen. A ball is defined in which the transformed nonlinear Volterra integral equation of the second kind has a unique solution. When converting solutions, differentiations by parameter under the integral sign are used, as well as the case when the limits of the integral depend on the parameter. The structure of solutions in the integral form is obtained. By virtue of the nonlinearity of the initial problems, the found sufficient conditions, generally speaking, do not guarantee the uniqueness of the solutions obtained.

***Key words:** nonlinear partial differential integro-differential equations, sufficient condition for the solvability of the initial problem, the principle of compressed mappings, nonlinear Volterra integral equation of the second kind, partial derivatives, integral form of solutions of the initial problem.*

Рассмотрим нелинейное интегро-дифференциальное уравнение в частных производных пятого порядка вида

$$
\begin{aligned}
&u_{ttxxy} + 2\alpha u_{txxy} + 2\beta u_{ttxy} + 2\alpha\beta u_{ttx} + \left(\alpha^2+1\right)u_{xxy} + \\
&+4\alpha\beta u_{txy} + \beta^2 u_{tty} + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta u_{xy} + 2\alpha\beta^2 u_{ty} + 4\alpha^2\beta u_{tx} + 2\alpha\beta^2 u_{tt} + \\
&\beta^2\left(\alpha^2+1\right)u_y + 2\alpha\left(\alpha^2+1\right)\beta u_x + 4\alpha^2\beta^2 u_t + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta^2 u = \\
&= F(t,x,y,u(t,x,y)) + \int_0^t K(t,v,x,y,u(v,x,y))dv,\ \alpha,\beta,\gamma \in R_+
\end{aligned}
\tag{1}
$$

с начальными условиями

$$u(0,x,y) = \varphi(x,y), \tag{2}$$

$$u_t(0,x,y) = \psi(x,y). \tag{3}$$

П р е д п о л о ж е н и е (K). Пусть

$$F(t,x,y,u) \in \bar{C}([0,T]\times R\times R\times R) \cap Lip\left(L_1\big|_u\right), K(t,v,x,y,u) \in$$

$$\in \bar{C}([0\le v\le t\le T]\times R\times R\times R) \cap Lip\left(L_2\big|_u\right),\ \frac{L_1 + L_2T + 2\alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma} < 1,\ \left\|K(t,v,x,y,u)\right\| \le M_K.$$

Решение начальной задачи (1), (2)-(3) представим в виде

$$
\begin{aligned}
&u(t,x,y) = c(t,x,y) + \\
&+\int_0^t \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-v)-\gamma(y-\mu)} \sin(t-s)\sin(x-v)Q(s,v,\mu)dsdvd\mu
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $Q(t,x,y)$ - новая функция, которую следует определить, $c(t,x,y)$ - определенная функция, которая удовлетворяет нижеследующим условиям:

$$
\begin{aligned}
&c(0,x,y) = \varphi(x,y),\ c_t(0,x,y) = \psi(x,y), \\
&N(t,c) \equiv c_{ttxxy} + 2\alpha c_{txxy} + 2\beta c_{ttxy} + 2\alpha\beta c_{ttx} + \left(\alpha^2+1\right)c_{xxy} + \\
&+4\alpha\beta c_{txy} + \beta^2 c_{tty} + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta c_{xy} + 2\alpha\beta^2 c_{ty} + 4\alpha^2\beta c_{tx} + 2\alpha\beta^2 c_{tt} + \beta^2\left(\alpha^2+1\right)c_y + \\
&+2\alpha\left(\alpha^2+1\right)\beta c_x + 4\alpha^2\beta^2 c_t + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta^2 c \in \bar{C}([0,T]\times R), \\
&c(t,x,y) \in \bar{C}^{(2,2,1)}\left(\left[0,T\right]\times R\times R\right).
\end{aligned}
$$

Для нахождения новую функции $Q(t,x,y)$ необходимо правую часть выражение (4) подставить в (1). Будем находить частные производные функции $u(t,x,y)$ по t:

$$
\begin{aligned}
&u_t = c_t - \alpha\left(u-c\right) + \\
&+\int_0^t \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-v)-\gamma(y-\mu)} \cos(t-s)\sin(x-v)Q(s,v,\mu)dsdvd\mu.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Отсюда находим вторую частную производную по t и заменим полученные тройные интегралы учитывая (4), (5):

$$u_{tt} + \alpha u_t = c_{tt} + \alpha c_t - \alpha\left[u_t + \alpha\left(u-c\right) - c_t\right] +$$

$$+\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu-(u-c). \qquad (6)$$

Далее, дифференцируя (6) по x, имеем

$$u_{ttx}+2\alpha u_{tx}+\alpha^2 u_x+u_x=c_{ttx}+2\alpha c_{tx}+\alpha^2 c_x+c_x-$$
$$-\beta\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu+$$
$$+\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu. \qquad (7)$$

Равенство (6) перепишем в виде

$$u_{tt}+2\alpha u_t+\alpha^2 u+u-c_{tt}-2\alpha c_t-\alpha^2 c-c=$$
$$=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu. \qquad (8)$$

В соотношении (7) первый двойной интеграл стоящий слева заменим по формуле (8) и обе части полученного соотношения будем дифференцировать по x:

$$u_{ttxx}+2\alpha u_{txx}+\alpha^2 u_{xx}+u_{xx}+\beta\left[u_{ttx}+2\alpha u_{tx}+\alpha^2 u_x+u_x\right]=$$
$$=c_{ttxx}+2\alpha c_{txx}+\alpha^2 c_{xx}+c_{xx}+\beta\left[c_{ttx}+2\alpha c_{tx}+\alpha^2 c_x+c_x\right]+$$
$$+\int_{-\infty}^{y} e^{-\gamma(y-\mu)}Q(t,x,\mu)d\mu-\beta\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu-$$
$$-\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu. \qquad (9)$$

Учитывая (8) из (7) имеем

$$u_{ttx}+2\alpha u_{tx}+\alpha^2 u_x+u_x+\beta\left[u_{tt}+2\alpha u_t+\alpha^2 u+u\right]=$$
$$=c_{ttx}+2\alpha c_{tx}+\alpha^2 c_x+c_x+\beta\left[c_{tt}+2\alpha c_t+\alpha^2 c+c\right]+$$
$$+\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu. \qquad (10)$$

Дифференцируя (9) по y получим

$$u_{ttxxy}+2\alpha u_{txxy}+(\alpha^2+1)u_{xxy}+\beta\left[u_{ttxy}+2\alpha u_{txy}+(\alpha^2+1)u_{xy}\right]+$$
$$=c_{ttxxy}+2\alpha c_{txxy}+(\alpha^2+1)c_{xxy}+\beta[c_{ttxy}+2\alpha c_{txy}+(\alpha^2+1)c_{xy}$$
$$+Q(t,x,y)+\beta[\int_{-\infty}^{x} e^{-\beta(x-\nu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,y)d\nu+$$
$$+\gamma\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu]- \qquad (11)$$

$$-\int_{-\infty}^{x} e^{-\beta(x-\nu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,y)d\nu - \gamma \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu \cdot$$

Дифференцируя обе части соотношения (10) по y имеем

$$u_{ttxy} + 2\alpha u_{txy} + (\alpha^2+1)u_{xy} + \beta\left[u_{tty} + 2\alpha u_{ty} + (\alpha^2+1)u_y\right] =$$
$$= c_{ttxy} + 2\alpha c_{txy} + (\alpha^2+1)c_{xy} + \beta\left[c_{tty} + 2\alpha c_{ty} + (\alpha^2+1)c_y\right] +$$
$$+\int_{-\infty}^{x} e^{-\beta(x-\nu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,y)d\nu - \qquad (12)$$
$$-\gamma \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} cos(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu$$
.

Далее, умножим обе части уравнения (12) на $\beta,$ а уравнение (10) на $2\alpha\beta,$ и складывая полученные уравнения почленно, с уравнением (11), получим

$$u_{ttxxy} + 2\alpha u_{txxy} + 2\beta u_{ttxy} + 2\alpha\beta u_{ttx} + \left(\alpha^2+1\right)u_{xxy} +$$
$$+4\alpha\beta u_{txy} + \beta^2 u_{tty} + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta u_{xy} + 2\alpha\beta^2 u_{ty} + 4\alpha^2\beta u_{tx} + 2\alpha\beta^2 u_{tt} + \beta^2\left(\alpha^2+1\right)u_y +$$
$$+2\alpha\left(\alpha^2+1\right)\beta u_x + 4\alpha^2\beta^2 u_t + 2\left(\alpha^2+1\right)\beta^2 u = N\left(t,c\right) +$$
$$+Q(t,x,y) - \int_{-\infty}^{x} e^{-\beta(x-\nu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,y)d\nu -$$
$$-\gamma \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu.$$

(13)

Обозначим правую часть (4) символом:

$$[\cdot] \equiv c(t,x,y) + \int_0^t\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(t-s)sin(x-\nu)Q(s,\nu,\mu)dsd\nu d\mu.$$

Учитывая (4), (13), из (1) имеем нелинейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$Q(t,x,y) = -N(t,c) + F(t,x,y,[\cdot]) + \int_0^t K(t,\nu,x,y,[\cdot])d\nu +$$
$$+\int_{-\infty}^{x} e^{-\beta(x-\nu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,y)d\nu + \qquad (14)$$
$$+\gamma \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)} sin(x-\nu)Q(t,\nu,\mu)d\nu d\mu \equiv P(Q).$$

Уравнение (14) будем рассматривать как нелинейное операторное уравнение относительно функции $Q(t,x,y)$. Будем применять принцип сжатых отображений. Определим шар в виде $Q = \{Q(t,x,y) : Q(t,x,y) \in \bar{C}\left([0,T_0] \times R \times R\right) \cap \left\|Q(t,x,y)\right\| \le h\}$.

Значения величин $T\ ,h$ будем определять, как

$\left\|F(t,x,y,u)-N(t,c)\right\|+M_K T\le h$, где $h\equiv N_0+N_1+M_K T$. Тогда

$P(Q):Q\to Q$ т.е. оператор отображает шар в себя.

Далее покажем сжатость оператора $P(Q)$. С этой целью будем оценивать разность

$$\left\|P[Q_1]-P[Q_2]\ \right\|\le\left\|F\left(t,x,c+\int_0^t\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)}sin(t-\nu)\times\right.\right.$$

$$\left.\times sin(x-s)Q_1(s,\nu,\mu)dsd\nu d\mu\right)-F\left(t,x,c+\int_0^t\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\alpha(t-s)-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)}sin(t-\nu)\times\right.$$

$$\left.\left.\times sin(x-s)Q_1(\nu,s)d\nu ds\right)\right\|+\left\|\int_0^t K(t,\nu,x,y,[\cdot]_{Q_1})d\nu-\int_0^t K(t,\nu,x,y,[\cdot]_{Q_2})d\nu\right\|+$$

$$\int_{-\infty}^x e^{-\beta(x-\nu)}\left\|sin(x-\nu)\right\|\left\|Q_1(s,\nu,\mu)-Q_2(s,\nu,\mu)\right\|d\nu+$$

$$+\gamma\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)}\left\|sin(x-\nu)\right\|\left\|Q_1(s,\nu,\mu)-Q_2(s,\nu,\mu)\right\|d\nu d\mu\le$$

$$\le L_1\left\{\int_0^t e^{-\alpha(t-s)}\int_{-\infty}^x e^{-\beta(x-\nu)}\int_{-\infty}^y e^{-\gamma(y-\mu)}\left\|sin(t-\nu)sin(x-s)\right\|\left\|Q_1(s,\nu,\mu)-Q_2(s,\nu,\mu)\right\|dsd\nu d\mu\right\}+$$

$$+\gamma\int_{-\infty}^x\int_{-\infty}^y e^{-\beta(x-\nu)-\gamma(y-\mu)}\left\|sin(x-\nu)\right\|\left\|Q_1(s,\nu,\mu)-Q_2(s,\nu,\mu)\right\|d\nu d\mu+\frac{2}{\beta}\left\|Q_1(s,\nu,\mu)-Q_2(s,\nu,\mu)\right\|+$$

$$+\mathrm{L}_2\mathrm{T}\frac{1}{\alpha\beta\gamma}\left\|\mathrm{Q}_1(\mathrm{t},\nu,\mu)-\mathrm{Q}_2(\mathrm{t},\nu,\mu)\right\|\le\frac{\mathrm{L}_1+\mathrm{L}_2\mathrm{T}+2\alpha\gamma}{\alpha\beta\gamma}\left\|\mathrm{Q}_1(\mathrm{t},\nu,\mu)-\mathrm{Q}_2(\mathrm{t},\nu,\mu)\right\|,$$

при этом было учтено, свойство тригонометрических функций $\left|sin(t-\nu)\right|\le 1,\ \left|sin(x-s)\right|\le 1,$ при всех $(t,x,y)\in\{[0,T_0]\times R\times R\}$. Итак сжатость оператора $P(Q)$ доказано и по принципу сжатых отображений операторное уравнение (14) при всех $(t,x,y)\in\{[0,T_0]\times R\times R\}$ имеет единственное решение, содержащее в шаре $Q(t,x,y)\in Q$.

Далее, будем доказывать ограниченность полученных решений начальной задачи (1)-(3). Будем находить оценки правой части соотношения (4). Тогда имеем неравенство

$$\left\|u(t,x)\right\|\le\left\|c(t,x)\right\|+\int_0^t e^{-\alpha(t-\nu)}\int_{-\infty}^x e^{-\beta(x-s)}\left|sin(t-\nu)\right|\cdot\left|sin(x-s)\right|\times$$

$$\times\left\|Q(\nu,s)\right\|d\nu ds\le c_0+\frac{L}{\alpha\beta}=c_1=const\,.$$

Итак нами доказана

Теорема. Предположим, что выполнены условия (K). Тогда задача Коши для нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных (1) с начальными данными (2) - (3), имеет решение $u(t,x,y)\in \overline{C}^{(2,2,1)}\left(\left[0,T_0\right]\times R\times R\right)$, которое представимо в виде (4).

Литература:

1. Байзаков А.Б., Джээнбаева Г.А. Разрешимость и структура решений начальной задачи интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка // Наука, новые технологии и инновации. - Бишкек, 2017. - №5. - С.100-104.
2. Bayzakov A.B., Aitbaev K.A., Asankulova A.S. On the initial problem of integro- differential equation in partial derivatives of the third order // Abstracts of VI Congress of the Turkic World Mathematical Society, Astana, October 2-5, 2017. - Astana, 2017. - P. 44.
3. Иманалиев М.И., Какишов К.К., Какишов Ж.К. Сингулярно-возмущенное дифференциальное уравнение второго порядка с точкой поворота // Тез. докл. межд. науч. конф., «Актуальные проблемы дифференц. уравнений и мат. физики». - Алматы, 2005. - С. 94.
4. Иманалиев М.И., Иманалиев Т.М., Какишов К. О задачах Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными шестого порядка // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. - Бишкек: Илим, 2007. - Вып. 36. - С. 19-28.
5. Иманалиев М.И., Байзаков А.Б. К теории интегро-дифференциальных уравнений в частных производных // Известия НАН КР. - Бишкек: 2009. - №4. - С. 115-120.
6. Байзаков, А.Б. Методы преобразования решений в аналитической и асимптотической теории дифференциальных и интегральных уравнений [Текст]: автореф. дисс. … д-ра физ.-мат. наук: 01.01.02 / Байзаков, А.Б. - Бишкек, 2011. - 31 с.
7. Байзаков А.Б. Разрешимость и структура начальной задачи сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с точкой поворота / Байзаков А.Б, Кыдыралиев Т.Р.// – Ижевск, 2016. № 5(53). - С. 22-27
8. Кыдыралиев Т.Р. О задаче Коши нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с комплексными параметрами / Кыдыралиев Т. - Ижевск, 2016. № 3(55). - С. 16-20.
9. Айтбаев К.А. Разрешимость и структура решений дифференциальных и интегральных: автореф.дисс. … канд.ф.-м.н.: 01.01.02 / Айтбаев К.А. - Бишкек, 2016. - 18 с.
10. Байзаков А.Б. О разрешимости начальной задачи сингулярно-возмущенной интегро-дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка / Байзаков А.Б., Джээнбаева Г.А.
11. Международная научно-практическая конференция «Информационные технологии: инновации в науке и образовании» (Актюбинский региональный государственный университет им. К.Жубанова). - г.Актюбинск, 2015. - С. 130-132.
12. Джээнбаева Г.А. О разрешимости задачи Коши для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с параметром // Международный научно-исследовательский журнал. - г. Екатеринбург, 2018. - №5(71). - С. 6-10.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор Искандаров С.