DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Чекеев А.А., Касымова А.Б., Алмазбеков Ч.А.

ХЬЮИТТ ТЕОРЕМАСЫНЫН $ZUnif$ КАТЕГОРИЯСЫНДАГЫ АНАЛОГУ

Чекеев А.А., Касымова А.Б., Алмазбеков Ч.А.

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ ХЬЮИТТА В КАТЕГОРИИ $ZUnif$

A.A. Chekeev, A.B. Kasymova, Ch.A. Almazbekov

ANALOGUE OF THE HEWITT THEOREM IN $ZUnif$ CATEGORY

УДК: 515.12

Тихонов мейкиндиктерин баардык (чектелген) функциялар алкагынын жардамы менен мүнөздөө тарыхый маанилүү жана актуалдуу маселе болуп эсептелинет. Компактуулук баардык (чектелген) үзгүлтүксүз функциялар алкагында ар бир максималдуу идеал бекитилгендиги менен мүнөздөлөт. Псевдокомпактуулук анда ар бир үзгүлтүксүз функция чектелгендиги менен же ар бир максималдуу идеал максималдуу □ - идеал болгондугу менен мүнөздөлөт. Стоун-Чех компактификациясы баардык (чектелген) функциялар алкагынын Стоун топологиясындагы максималдык идеалдар мейкиндиги менен дал келери жөнүндө Стоундун теоремасын айта кетсек болот. E. Hewitt [1] аныктаган □ - компактуу тихоновдук мейкиндиктер жалпы топологияда борбордук орунга ээ. E. Hewitt □ - компактуулук алгебралык касиет экенин далилдеген, башкача айтканда X □ - компактуу болушу үчүн $C(X)$ алкаганда ар бир максималдуу □ - идеал бекитилген болушу зарыл жана жетиштүү. Сунушталган макалада бул фундаменталдуу жыйынтык кеңирээк болгон $ZUnif$ категориясына таркатылат.

Негизги сөздөр: *□ - компактуу мейкиндик, □ - компакт, алкак, идеал, максималдуу идеал, z_u - фильтр, z_u - ультрафильтр, coz -чагылдыруу, coz -функция.*

Характеризация тихоновских пространств по средствам кольца всех (ограниченных) непрерывных функций исторически является важной и актуальной задачей. Компактность характеризуется тем, что в кольце всех (ограниченных) непрерывных функций каждый максимальный идеал фиксирован. Псевдокомпактность равносильна тому, что всякая функция ограниченна или всякий максимальный идеал является максимальным □ -идевлом. Отметим так же теорему Стоуна о том, что Стоун-Чеховская компактификация тихоновского пространства совпадает с пространством максимальных идеалов кольца всех (ограниченных) функций Стоуновской топологии. □ - компактные тихоновские пространства, определенные E. Hewitt [1] занимают центральное место в общей топологии. E. Hewitt доказал, что □ -компактность является алгебраическим свойством, т.е. тихоновское пространство X □ -компактно тогда и только тогда, когда всякий максимальный □ -идеал в кольце $C(X)$ фиксирован. В данной статье этот фундаментальный результат распространяется на более широкую категорию $ZUnif$.

Ключевые слова: *□ - компактное пространство, □ - компакт, кольцо, идеал, максимальный идеал, z_u - фильтр, z_u - ультрафильтр, coz - отображение, coz - функция.*

Characterization of Tikhonov spaces by means of the ring of all (bounded) continuous functions is historically an important and urgent task. Compactness is characterized by the fact that in the ring of all (bounded) continuous functions, each maximal ideal is fixed. Pseudocompactness is equivalent to the fact that every function is bounded, or every maximal ideal is a □ - maximal ideal. We also note Stone's theorem that the Stone-Čech compactification of Tikhonov space coincides with the space of maximal ideals of the ring of all (bounded) functions with the Stone topology. □ - compact Tychonoff spaces introduced by E. Hewitt [1] occupy a central place in the general topology. E. Hewitt proved that □ - compactness is an algebraic property, i.e. Tychonoff space X is □ - compact if and only if every maximal □ - ideal in a ring $C(X)$ is fixed. In this paper, this fundamental result extends to a wider category $ZUnif$.

Key words: *□ - compact space, □ - compactum, ring, ideal, maximal ideal, z_u - filter, z_u - ultrafilter, coz - mapping, coz - function.*

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

1. Введение и предварительные сведения.

E.Hewitt [1] ввел класс $\mathbb{R}$ - компактных пространств. Независимо этот же класс пространств в терминах равномерностей определил L. Hachbin [2]. Важные свойства $\mathbb{R}$ - компактных пространств установлены в работах T. Shirota [3] и S. Mrowka [4]. E.Hewitt [1] доказал, что $\mathbb{R}$ - компактность является алгебраическим свойством, т.е. тихоновское пространство X является $\mathbb{R}$ - компактным тогда и только тогда , когда в кольце $C(X)$ всех непрерывных функций пространства X каждый максимальный $\mathbb{R}$ - идеал является фиксированным. При этом идеал $M \subset C(X)$ называется $\mathbb{R}$ - идеалом, если фактор-кольцо $C(X)/M$ изоморфно полю вещественных чисел $\mathbb{R}$ [6]. В работе [9] определена категория $ZUnif$ и категория $Tych$ тихоновских пространств является полной подкатегорией категории $ZUnif$. В работах [8,9] развита теория $\mathbb{R}$ - компактных в категории $ZUnif$ равномерных пространств, которые называются $\mathbb{R}$ - компактами. В данной статье на категорию $ZUnif$ распространяются сформулированная выше теорема E.Hewitt [1].

Всюду рассматриваются тихоновские пространства. Информация о тихоновских пространствах и обозначения взяты из книги [10]. Информация о равномерных пространствах и обозначения взяты из книг [11,12].

Для любого равномерного пространства uX через $U(uX)$ обозначается алгебра всех равномерно непрерывных функций и через $Z_u = \{f^{-1}(0) : f \in U(uX)\}$ множество всех нуль-множеств равномерно непрерывных функций. Положим $Z(f) = f^{-1}(0)$ и если M - некоторое множество функций, то $Z(M) = \{Z(f) : f \in M\}$. Для равномерных пространств uX и vY отображение $f : uX \to vY$ называется coz - отображением если $f^{-1}(Z_v) \subseteq Z_u$ [13]. Через $ZUnif$ обозначается категория, объекты которой все равномерные пространства, морфизмы - coz - отображения [9]. Непрерывное отображение $f : X \to Y$ между пространствами X и Y является равномерно непрерывным отображением $f : u_f X \to v_f Y$ относительно универсальных равномерностей u_f и v_f на X и Y, соответственно. Следовательно категория $Tych$ тихоновских пространств и непрерывных отображений является полной подкатегорией $ZUnif$.

Любое coz -отображение $f : uX \to \mathbb{R}$, где $\mathbb{R}$ - это вещественная прямая с естественной своей равномерной структурой, называется coz - функцией. Ясно, что всякая равномерно непрерывная функция является coz - функцией. Известно, что Z_u для равномерного пространства uX образует базу замкнутых множеств [7,14,15], следовательно, всякая coz - функция является непрерывной функцией, обратное неверно. Множество всех (ограниченных) coz - функций равномерного пространства uX обозначается как $C(uX)(C^*(uX))$. Из выше сказанного, следует, что $U(uX) \subset C(uX) \subset C(X)$ $(U^*(uX) \subset C^*(uX) \subset C^*(X))$, где $U^*(uX)$ $(C^*(X))$ множество всех ограниченных равномерно непрерывных (ограниченных, непрерывных) функций. В [7] доказано, что $C(uX)$ и $C^*(uX)$ образуют кольца. Отметим что в работах [18,19], изучены другие свойства кольца $C(uX)$ и $C^*(uX)$.

Для кольца K подкольцо M называется двусторонним идеалом, $aM \subset M$ и $Ma \subset M$ для любого $a \in K$. Если кольцо K коммутативно, то двусторонний идеал называется просто идеалом [6]. Идеал M кольца K называется $\mathbb{R}$ - идеалом, если фактор-кольцо K/M изоморфно полю вещественных чисел $\mathbb{R}$ [6]. Из принципа максимальности Куратовского-Цорна следует, что всякий идеал содержится в максимальном идеале ($\equiv$идеал, который не содержится в отличном от себя, называется максимальным) [6].

Фильтр из элементов базы Z_u называется z_u - фильтром. Из принципа максимальности Куратовского-Цорна [10] вытекает, что всякий z_u - фильтр содержится в максимальном z_u - фильтре.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Максимальные z_u - фильтры будут называться z_u - ультрафильтрами ($\equiv z_u$ - фильтр, который не содержится не в одном отличном от себя z_u - фильтре) [8]. Волмэн-Шанинская компактификацию $\omega(X, \mathrm{Z}_u)$ равномерного пространства uX является $\beta - like$ компактификацией [5] и обозначается как $\beta_u X = \omega(X, \mathrm{Z}_u)$. Точками $\beta_u X$ является все z_u - ультрафильтры равномерного пространства uX и $\beta_u X$ наделено Волмэн-Шанинской топологией [16].

Часть $\upsilon_u X$ компактификации $\beta_u X$ состоит их всех счётноцентрированных z_u - ультрафильтров, которые будем называть $\square$ - z_u - *ультрафильтрами.* Волмэн-Шанинская топлогия компакта $\beta_u X$ индуцирует на $\upsilon_u X$ топологию также Волмэн-Шанинского типа, поэтому имеет место обозначение $\upsilon_u X = \upsilon(X, \mathrm{Z}_u)$ и $\upsilon_u X$ называется Волмэн-Шанинской реалкомпактификацией [17].

В работах [8,9] получены различными методами следующие характеристики Волмэн-Шанинской реалкомпактификации $\upsilon_u X$ равномерного пространства uX.

Теорема 1.1 [8,9]. *Для каждого равномерного пространства uX существует единственная (с точностью до coz- гомеоморфизма) реалкомпактное пространство $\upsilon_u X$, содержащееся в $\beta - like$ компактификации $\beta_u X$ со следующими эквивалентными свойствами:*

I. *Каждое coz-отображение f из uX в $\square$ - z_v - полное метрическое равномерное пространство vR продолжается до coz-отображения f из $\upsilon_u X$ в vR.*

II. *Каждое coz-отображение f из uX в сепарабельное метрическое равномерное пространство $u_\rho M$ продолжается до coz-отображения f из $\upsilon_u X$ в $u_\rho M$.*

III. $\upsilon_u X$ *пополнение по равномерности* u_c^z.

IV. uX C_u*-вложено в* $\upsilon_u X$.

V. $\upsilon_u X$ *пополнение на равномерности* u_c^z.

VI. *Для каждой последовательности* $\{Z_n\}_{n\in\square} \subset \mathrm{Z}_u$, *если* $\cap_{n\in\square} Z_u = \varnothing$, *то* $\cap_{n\in\square} [Z_n]_{\upsilon_u X} = \varnothing$.

VII. *Для каждой последовательности* $\{Z_n\}_{n\in\square} \subset \mathrm{Z}_u$, *выполнено* $\cap_{n\in\square} [Z_n]_{n\in\square} = [\cap_{n\in\square} Z_n]_{\upsilon_u X}$.

VIII. *Каждая точка* $\upsilon_u X$ *есть предел единственного* $\square$ - z_u *-ультрафильтра на* uX.

В теореме 1.1. равномерное пространство vR называет $\square$ - z_v - полным, если сходит $\square$ - z_v - ультрафильтр равномерное пространство uX C_u - вложено в равномерное пространство vY, если X топологическое подпространство Y и $C(vY)|_X = \{f|_X : f \in C(vY) = C(uX)\}$, т.е. каждая coz- функция на uX продолжается до coz- функции на vY [8], равномерность u_ω^z порождена базой из всех счётных покрытий из семейства $C\mathrm{Z}_u = \{X \setminus Z : Z \in \mathrm{Z}_u\}$ [9], а равномерность u_c^z слабо порождена кольцом $C(uX)$ [7].

Равномерное пространство uX называется $\square$ - компактом в категории $ZUnif$ если $X = \upsilon_u X$ [9]. Из теоремы 1.1. непосредственно следует, что $X = \upsilon_u X$ если и только, если uX гомеоморфно некоторому замкнутому равномерному подпространству $\square^{C(uX)}$, т.е. uX C_u- вложено $\square^{C(uX)}$. Имеем следующее следствие.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Следствие 1.2. *Для равномерного пространства* uX *эквивалентно следующее:*

1. uX *является* □ *-компактом в* $Zunif$.
2. X *полно относительно равномерности* $\mathcal{U}_{\omega}^{z}$.
3. X *полно относительно равномерности* $\mathcal{U}_{c}^{z}$.
4. $X = \upsilon_u X$.
5. uX coz *-гомеоморфно замкнутому равномерному подпространству некоторой степени* □ .

2. Основные результаты.

В данном разделе докажем ряд утверждений аналогичных утвержденным из [6] некоторые из них даны в [8] без доказательств, а также докажем в $ZUnif$ аналог теоремы Hewitt [1].

Предложение 2.1. *Пусть* uX *произвольное равномерное пространство и* $x \in X$ *- произвольная точка. Тогда множество* $M_x = \{ f \in C(uX) : f(x) = 0\}$ *является максимальным идеалом в* $C(uX)$ *и* $x \in \cap\{Z(f) \in \mathrm{Z}_u : f \in M_x\}$.

Доказательство. Для любых $g, h \in M_x$ имеем $(g+h)(x) = g(x) + h(x) = 0 + 0 = 0$, т.е. $g + h \in M_x$, $(g \cdot h)(x) = g(x) \cdot h(x) = 0 \cdot 0 = 0$, т.е. $g \cdot h \in M_x$. Это показывает, что M_x подкольцо $C(uX)$.

Для любой $f \in C(uX)$ и $g \in M_x$ имеем $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot 0 = 0$ т.е. $f \cdot g \in M_x$, аналогично $g \cdot f \in M_x$. Таким образом M_x -идеал кольца $C(uX)$. Пусть $g \cdot h \in M_x$ для некоторых $g, h \in C(uX)$. Тогда либо $g \in M_x$, либо $h \in M_x$, т.е. M_x -является простым идеалом. Следовательно, M_x - максимальный идеал кольца $C(uX)$ [6]. Для любой функции $f \in M_x$ имеем $x \in f^{-1}(0)$, следовательно $x \in Z(f)$ для всех $f \in M_x$. Таким образом имеем $x \in \cap\{Z(f) : f \in M_x\}$.

Предложение 2.1. доказано.

Теорема 2.2. *Пусть* uX *произвольное равномерное пространство . Тогда имеет место следующее утверждение.*

1) Если M *идеал в* $C(uX)$, *тогда семейство* $Z(M) = \{Z(f) \in \mathrm{Z}_u : f \in M\}$ *является* z_u *-фильтром на* uX *. Если* M *максимальный идеал, то* $Z(M)$ *является* z_u *-ультрафильтром на* uX .

2) Если F z_u *- фильтр на* uX *, тогда семейство* $Z^{-1}(\mathrm{F}) = \{ f \in C(uX) : Z(f) \in \mathrm{F} \}$ *является идеалом в* $C(uX)$ *. Если* F z_u *-ультрафильтр на* uX *, то* $Z^{-1}(\mathrm{F})$ *является максимальным идеалом.*

Доказательство (1). Пусть $Z(f_1), Z(f_2)$ элементы $Z(M)$, где $f_1, f_1 \in M$. Поскольку M идеал, то $f_1^2 + f_2^2 \in M$. Тогда $Z(f_1) \cap Z(f_2) = Z(f_1^2 + f_2^2) \in Z(M)$. Пусть $Z(f) \in Z(M)$, то $f \in M$ и $Z(g) \in \mathrm{Z}_u$. Тогда $f \cdot g \in M$ и следовательно, $Z(fg) \in Z(M)$. Тогда, если $Z(f) \subset Z(g)$, то имеем $Z(g) = Z(f) \cup Z(g) = Z(fg) \in Z(M)$. Итак, $Z(M)$ является z_u - фильтром.

(2). Пусть $I = Z^{-1}(M)$. Так как $\varnothing \notin \mathrm{F}$, то I не содержит единицы. Пусть $f, g \in I$ и $h \in C(uX)$. Тогда $Z(f \cdot g) \supset Z(f) \cap Z(g) \in \mathrm{F}$ и $Z(hf) \cap Z(f) \in \mathrm{F}$. Следовательно $Z(f - g) \in \mathrm{F}$ и $Z(hf) \in \mathrm{F}$.

Таким образом, $f - g \in I$ и $hf \in I$ и I -является идеал в кольце $C(uX)$.

Теорема 2.2. доказана.

Определение 2.3. Идеал M в кольце $C(uX)$ называется *фиксированным*, если z_u - фильтр $Z(M)$ фиксирован, т.е. $\cap Z(M) \neq \varnothing$.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Теорема 2.4. *Если* uX *произвольное равномерное пространство и* $x \in X$ *произвольная точка. Тогда фиксированные максимальные идеалы в* $C(uX)$ *это в точности идеалы вида* M_x *и* $M_x \neq M_y$, *если* $x \neq y$.

Доказательство. Если M фиксированный максимальный идеал, то для некоторой точки $x \in X$ имеем $x \in \cap Z(M)$, т.е. $M \subset M_x$. Тогда, в силу максимальности M имеем равенство $M = M_x$. Если $x \neq y$, то существует точка равномерно непрерывной функции $f : uX \to I$, то $f(x) = 0$, $f(y) = 1$, следовательно, $f \in M_x \setminus M_y$, т.е. $M_x + M_y$.

Теорема 2.4. доказана.

Для каждой точки $x \in X$ определим отображение $\overline{x}$ из $C(uX)$ в $\mathbb{R}$ по правилу $\overline{x}(f) = f(x)$ для всех $f \in C(uX)$. Отображение $\overline{x}$ удовлетворяет свойствам кольцевого гомоморфизма:

$\overline{x}(g+h) = (g+h)(x) = g(x) + h(x) = \overline{x}(g) + \overline{x}(h)$ и $\overline{x}(g \cdot h) = (g \cdot h)(x) = g(x) \cdot h(x) = \overline{x}(g) \cdot \overline{x}(h)$ для всех $g, h \in C(uX)$. Имеем ядро гомоморфизма $Ker\overline{x} = M_x$. Фактор-кольцо $C(uX)/M_x$ изоморфно $\mathbb{R}$ для любого $x \in X$. Изоморфизм $\tilde{x}$ фактор-кольца $C(uX)/M_x$ на $\mathbb{R}$ определено по правилу $\tilde{x}(f + M_x) = \overline{x}(f)$. Из теорема 2.4. следует, что для каждого фиксированного максимального идеала M в $C(uX)$ фактор-кольцо $C(uX)/M$ изоморфно $\mathbb{R}$. Эти рассуждения дают право сформулировать следующее определение.

Определение 2.5. Максимальный идеал M в кольце $C(uX)$ называют $\mathbb{R}$ *-идеалом*, если фактор-кольцо $C(uX)/M$ изоморфно $\mathbb{R}$.

Теорема 2.6. *Пусть* uX *равномерное пространство и* M *максимальный идеал в* $C(uX)$. *Тогда следующие условия равносильны.*

1) M $\mathbb{R}$ *-идеал.*
2) z_u *-ультрафильтр* $Z(M)$ *замкнутым относительно пересечений счётных подсемейств.*
3) z_u *-ультрафильтр* $Z(M)$ *является* $\mathbb{R}$ *-* z_u *-ультрафильтром.*

Доказательство. $(1) \Rightarrow (2)$. Пусть $\{Z(f_u)\}_{u\in\mathbb{N}}$ такое подсемейство $Z(M)$, что $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} Z(f_n) \notin Z(M)$. Положим $g = \sum_{n\in\mathbb{N}} \left(|f_n| \wedge Z^{-n}\right)$. Тогда $g \in C(uX)$ [Чекеев] и $Z(g) = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} Z(f_n) \notin Z(M)$. Ясно, что $M(g) \geq 0$, но $g \notin M$, т.е. $M(g) > 0$. Для каждого $k \in \mathbb{N}$, $Z(f_1) \cap ... \cap Z(f_k)$ принадлежит $Z(M)$. Следовательно $g(x) \leq \sum_{n>k} z^{-k} = z^{-k}$ для каждой точки $x \in X$. Таким образом $M(g) \leq z^{-k}$ для каждого $k \in \mathbb{N}$. Таким образом фактор-кольцо $C(uX)/M$ - не архимедово, т.е. не изоморфно $\mathbb{R}$. Противоречиво.

$(2) \Rightarrow (3)$. Имеем $\varnothing \notin Z(M)$. Следовательно импликация выполнена.

$(3) \Rightarrow (1)$. Если M не $\mathbb{R}$ - идеал, то существует такая coz-функция $f \in C(uX)$, что $|M(f)(x)| = f(x)$ сколько угодно велико для любой точки $x \in X$. Следовательно $Z_n = \{x : |f(x)| \geq n\} \in Z(M)$ для всех $n \in \mathbb{N}$. Ясно, что $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} Z_n = \varnothing$.

Теорема 2.6. доказана.

Следующая теорема является распространением на категории $ZUnif$ теоремы Hewitt[1].

Теорема 2.7. *Равномерное пространство* uX *является* $\mathbb{R}$ *-компактом если и только, если каждый максимальный* $\mathbb{R}$ *- идеал кольца* $C(uX)$ *фиксирован.*

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Доказательство. Пусть равномерное пространство uX является $\mathbb{R}$ -компактом. Тогда $X = \upsilon_u X$ и кольцо $C(uX)$ изоморфно кольцу $C(\upsilon_u X)$, где $C(\upsilon_u X)$ множество всех coz -функций по равномерности $\mathbb{R}$ -компакта $\upsilon_u X$. Следовательно $C(uX)$ и $C(\upsilon_u X)$ имеют эквивалентную структуры идеалов. Пусть M произвольный максимальный $\mathbb{R}$ - идеал в $C(\upsilon_u X)$. Для каждой coz -функции $f \in C(\upsilon_u X)$ элемент $M(f)$ фактор-кольца $C(\upsilon_u X)/M$ вещественное число, согласно определению 2.5. Из изоморфности колец $C(uX)$ и $C(\upsilon_u X)$ следует, что мы можем отождествить нить $(M(f))_{f\in C(uX)}$ точкой произведения $\prod_{f\in C(uX)} \mathbb{R}_f$, где $\mathbb{R}_f = \mathbb{R}$. Так как $Z(M)$ z_u - ультрафильтр на uX (Теорема 2.2.), то $Z(M)$ является максимальной центрированной системой над Z_u. Следовательно, для каждого конечного набора coz -функций $\{f_1, f_2, ..., f_k\} \subset C(uX)$ существует такая точка $x \in X$ такая что $f_i(x) = M(f_i)$ для всех $i = 1, 2, ..., k.$ Отметим что $x \in \bigcap_{i=1}^{k} Z(f_i - M(f_i))$, так как $f_i - M(f_i) \in M$. Пусть $U(f_1, f_2, ..., f_k)$ произвольная окрестность точки $(M(f))_{f\in C(uX)}$ в произведении $\prod_{f\in C(uX)} \mathbb{R}_f$. Тогда $U(f_1, f_2, ..., f_k)$ содержит точки вида $(f(x))_{f\in C(uX)}$ в $\sigma(X)$, где σ - диагональное произведение функций кольца $C(uX)$, т.е. $\sigma = \Delta\{f : f \in C(uX)\} : X \to \mathbb{R}^{C(uX)}$. Следовательно точка $(M(f))_{f\in C(uX)}$ принадлежит $\upsilon_u X = [\sigma(X)]_{\mathbb{R}^{C(uX)}}$. Изоморфизм $\varphi : C(uX) \to C(\upsilon_u X)$ задается правилом $\varphi(f) = \pi_f\big|_{\upsilon_u X}$, где $\pi_f : \prod_{f\in C(uX)} \mathbb{R}_f \to \mathbb{R}_f$ - естественная проекция. Ясно, что для любой функции $f \in C(uX)$ f обращается в нуль в точке $(M(f))_{f\in C(uX)}$ если и только, если $M(f) = 0$. Следовательно, идеал M состоит их таких coz -функций в $C(\upsilon_u X)$, которое обращается в нуль в точке $(M(f))_{f\in C(uX)}$. Следовательно M фиксированный максимальный идеал.

Докажем обратное утверждение. Каждый фиксированный максимальный идеал в $C(uX)$ имеет форму $M_x = \{f \in C(uX) : f(x) = 0\}$ для некоторой точки $x \in X$ (Теорема 2.4.). По условию такие идеалы $\mathbb{R}$ - идеалы в $C(uX)$. Отображение сопоставляющее каждой точке x максимальный $\mathbb{R}$ - идеал M_x является инъективным. Множество M всех максимальных $\mathbb{R}$ - идеалов топологизируется беря за базу замкнутых множество всех $\mathsf{M}(f) = \{M_x \in \mathsf{M} : f \in M_x\}$, где $f \in C(uX)$. Соответствие между точками x и максимальным $\mathbb{R}$ - идеалом M_x переводит все множества семейства Z_u во все множества в форме $\mathsf{M}(f)$. Семейство Z_u является базой топологии замкнутых множеств равномерного пространства uX , следовательно uX coz -гомеоморфно M . Поскольку $C(\upsilon_u X)$ изоморфно $C(uX)$, то $\upsilon_u X$ также coz -гомеоморфно M . Таким образом uX coz -гомеоморфно $\upsilon_u X$.

Теорема 2.7, доказана.

Следствие 2.8. $\mathbb{R}$ *-компакты* uX *и* vY coz *-гомеоморфны если и только, если кольцо* $C(uX)$ *изоморфно кольцу* $C(vY)$.

Доказательство непосредственно следует из теоремы 2.7.

Следствие 2.9 E. Hewitt [1]. *Реалкомпактные тихоновские пространства* X *и* Y *гомеоморфны если и только, если кольцо* $C(X)$ *изоморфно кольцу* $C(Y)$.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Литература:

1. E. Hewitt, Rings of real-valued continuous functions, I, Trans. Amer. Math. Soc., V.64, (1948), 45-99.
2. L. Nachbin, On the continuity of positive linear transformations, Proc. Intern Congress of Mathematicians. Cambridge, Mass, 1950, v. 1, Providence, 1952, 464-465.
3. T. Shirota, A class of topological spaces, Osaka Math. J., V.4, No.1, (1952), 23-40.
4. S. Mrowka, Some properties of ′ Q-spaces, Bull. Acad. Polon. Sci., V.5, (1957), 947-950.
5. S. Mrowka, β-like compactifications, Acta. Math. Acad. Sci. Hungaricae, 24 (3-4) (1973), 279-287.
6. L. Gillman, M. Jerison, Rings of continuous functions, The Univ. Series in Higher Math., Van Nostrand, Princeton, N.J., 1960, 303 p.
7. Chekeev A.A. Uniformities for Wallman compactifications and realcompactifications, Topol. Appl., V. 201, (2016), 145–156.
8. Chekeev A.A., Rakhmankulov B.Z., Chanbaeva A.I., On C_u^*- and C_u-embedded uniform spaces, TWMS J. Pure Appl. Math., V.9. (2018). - 173-189.
9. Chekeev A.A., Kasymova T.J. Ultrafilter-completeness on zero-sets of uniformly continuous functions, Topol. Appl., 252 (2019). - 27-41.
10. Engelking R. General Topology, Berlin: Heldermann, 1989. - 626 p.
11. Isbell J. R. Uniform spaces: Mathematical Survey, Providence, 1964. - 175p.
12. Борубаев А.А., Чекеев А.А. Равномерные пространства, Бишкек 2003. 246 стр.
13. Frolik Z. A note on metric-fine spaces, Proc. Amer. Math. Soc., V. 46, n. 1, (1974), 111-119.
14. Charalambous M.G. Inductive dimension theory for uniform spaces, Annales Univ. Sci. Budapest, Sectio Math., 17 (1974). - 21-28.
15. Alo R., Shapiro H. L. Normal Topological Spaces, Cambridge University Press, (1974). - 306 p.
16. Aarts J. M., Nishiura T. Dimension and Extensions, North-Holland, (1993). - 331 p.
17. Steiner K., Steiner E.F. Nest generated intersection rings in Tychonoff spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 148 (1970), 589-601.
18. Рахманкулов Б.З. Волмэновская компактификация и алгебра функций на равномерных пространствах. / Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №7. - Бишкек, 2016. - С.12-17.
19. Чекеев А.А., Абдраимова М.А., Баатырбеков Э.Б., Конуль псевдокомпактные пространства. / Республиканский научно-теоретический журнал «Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана», №4. - Бишкек, 2017. - С. 12-14.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Касымова Т.Дж.