DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА, № 2, 2022

Ураимхалилова А., Осмонова Н.Т.

БАРАБАРСЫЗДЫКТАРДЫ ЧЫГАРУУДА ОКУУЧУЛАРДЫН ИШМЕРДҮҮЛҮГҮН УЮШТУРУУ

Ураимхалилова А., Осмонова Н.Т.

ОРГАНИЗАЦИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ

A. Uraimkhalilova, N. Osmonova

ORGANIZATION OF STUDENTS ACTIVITIES IN SOLVING INEQUALITIES

УДК: 517.165

Бул макалада мектеп математика курсунда барабарсыздыктарды окутууда айрым теорема жана касиеттерди колдонуу менен татаал барабарсыздыктарды интервалдар усулу менен чыгаруу маселеси каралды. Барабарсыздыктар бир маанилүү жана карама-каршы маанилүү барабарсыздыктар үстүнөн арифметикалык амалдарды теоремаларды жана алардын касиеттерин колдонуу менен чыгаруунун мисалдары берилди. Андан сырткары кош барабарсыздыктардын түрлөрү: бир маанилүү жана карама-каршы маанилүү барабарсыздыктар менен аткарылуучу арифметикалык амалдар кеңири каралды. Татаал барабарсыздыктарды чыгаруунун интервалдар жана графикалык методу, барабарсыздыктардын касиеттерин бөлүктөп колдонуу каралды. Маселелерди жана мисалдарды барабарсыздыктардын жардамы менен чыгаруу жолдору берилди. Рационалдык туюнтмалуу барабарсыздыктарды чыгаруунун интервалдар усулу менен чыгаруу жолдору каралды. Барабарсыздыктарды чыгарууда алынган натыйжалардын сан огундагы геометриялык сүрөттөлүштөрү негизги маниге ээ экендиги баса белгиленди.

***Негизги сөздөр**: барабарсыздыктар, барабарсыздыктардын касиеттери, интервалдар усулу, жалпы көбөйтүүчү, аралык усулдары, графикалык усул, чыгаруу, рационал туюнтмалуу барабарсыздыктар, сызыктуу барабарсыздыктар.*

В данной статье рассматривается вопрос решения сложных неравенств методом интервалов с использованием определенных теорем и свойств при обучении неравенствам на школьном курсе математики. Были представлены примеры решения арифметических операций над однозначными и противоположно значными неравенствами с использованием теорем и их свойств. Кроме того, подробно рассмотрены виды двойных неравенств: арифметические операции, выполняемые с однозначными и противоположно значными неравенствами. Рассмотрены методы интервалов и графические методы решения сложных неравенств, частичное применение свойств неравенств. Даны способы решения задач и примеров с помощью неравенств. Рассмотрены способы решения рациональных неравенств методом интервалов. Было подчеркнуто, что основное значение при выводе неравенств имеют геометрические изображения полученных результатов на числовой оси.

***Ключевые слова**: неравенства, свойства неравенств, метод интервалов, общий множитель, промежуточные методы, графический метод, вывод, неравенства с рациональными выражениями, линейные неравенства.*

This article discusses the problem of solving complex inequalities by the interval method using certain theorems and properties when teaching inequalities in a school mathematics course. Examples of solving arithmetic operations on unambiguous and oppositely significant inequalities using theorems and their properties were presented. In addition, the types of double inequalities are considered in detail: arithmetic operations performed with unambiguous and oppositely significant inequalities. Interval methods and graphical methods for solving complex inequalities, partial application of the properties of inequalities are considered. Methods of solving problems and examples using inequalities are given. Methods of solving rational inequalities by the interval method are considered. It was emphasized that the geometric images of the results obtained on the numerical axis are of primary importance in the derivation of inequalities.

***Key words**: inequalities, properties of inequalities, interval method, common multiplier, intermediate methods, graphical method, inference, inequalities with rational expressions, linear inequalities.*

Мектеп математика курсунда жана ЖОЖдордо барабарсыздыктарды колдонуу аркылуу мисал жана маселелерди мектеп математика курсунда каралган усулдарды тереңдетип колдонуу аркылуу окуучулар жана студенттердин ишмердүүлүгүн уюштурууну карайбыз.

Барабарсыздыктарды мектеп математика курсунун 6-7-класстарынын Алгебра, 10-11-класстарын Алгебра жана анализдин башталышы курсунда үйрөнүлөт. Аралыктар методу барабарсыздыктар жана барабарсыздыктар системасын чыгаруунун негизги усулу болуп, буга чейинки колдонулуп келген дидактикалык адабияттарда жетишерлик деңгээлде көңүл бурулбаган. Ошондуктан макалада барабарсыздыктар жөнүндө назарий маалыматтар, барабарсыздыкты чыгаруу үлгүлөрү, өз алдынча иштөө үчүн мисал жана маселелер берилген.

Барабарсыздыктар түшүнүгү башталгыч класстарда сандарды салыштыруу учурунда колдонулуп, үстүртөн каралат. Орто мектептерде бул түшүнүктөр каралып, терең үйрөтүлбөйт. Эки чыныгы сан a, b ортосунда төмөнкүдөй көз карандылык болушу мүмкүн $\alpha > b$, $\alpha < b$, $\alpha = b$, ($\alpha \geq b$), ($\alpha \leq b$). Барабарсыздыктар $>, <, \geq, \leq$ белгилери менен мүнөздөлөт. Төмөндө барабарсыздыктарды колдонууда чон маниге ээ болгон теореманы жана барабарсыздыктардын касиеттерин карап өтөбүз.

***Теорема*:** $\alpha<b$ болсо, анда $\alpha-b>0$, оң маниге ээ болот, эгерде $\alpha<b$ болсо, анда $\alpha-b<0$, терс маниге ээ болот жана тескерисинче эгерде $\alpha-b$ оң болсо, жана $\alpha>b$ $\alpha-b$ терс маниге ээ болсо, $\alpha<b$ болот.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Мына ушул теореманын маңызын окуучулар терең түшүнүп жетүү үчүн α саны b санынын кайсыл жагында жайгашканын өздөрү сан огунда табуусу зарыл. Төмөнкүдөй сандык барабарсыздыктардын касиеттерин да жакшы, терең түшүнүүсү келип чыгат [1].

1. Эгерде $\alpha>b$, $b>c$ болсо, анда $\alpha>c$ болот.
2. $\alpha>b$ болсо, анда $b<\alpha$ болоорун, жана тескерисинче $\alpha<b$ болсо, анда $b>\alpha$ болоорун сан огунда көрсөтүп окуй алуусу зарыл.
3. $\alpha>b$ жана c – каалагандай сан болсо, $\alpha \pm c > b \pm c$ болот
4. $A > B$ жана R>0 болсо, $A \cdot R > B \cdot R$ *же* $A \div$R>B$\div R$ болот. Туура барабарсыздыктын эки жагын тен бир гана оң санга көбөйтүп же бөлгөндөн барабарсыздык өзгөрбөйт.
5. $A > B$ жана R<0 болсо, $A \cdot R < B \cdot R$ *же* $A \div$R<B$\div R$ *болот.*

1-аныктама: Эки барабарсыздыктын белгилери $(>,\geq)$ *же* $(>,\geq)$ *болсо,* алар бир маанилүү, эгерде барабарсыздыктын биринде $(>,\geq)$ белги экинчисинде $(<,\leq)$белги болсо, карама-каршы маанилүү барабарсыздыктар деп аталат.

6. $\alpha>b$, $c>d$ *болсо, анда* $\alpha + c > b+d$ болот. Бир маанилүү барабарсыздыктарды сол жагын сол жагына, оң жагын оң жагына кошобуз.
7. $\alpha>b$, $c<d$ *болсо, анда* $\alpha-c>b-d$ *болот.* Карама-каршы маанилүү барабарсыздыктарды сол жагынан сол жагын, оң жагынан оң жагын кемитебиз жана биринчи барабарсыздыктын белгисин коёбуз.
8. $\alpha>b>0$, $c>d>0$ болсо, анда $\alpha*c>b*d$ болот. Бөлүктөрү оң болгон бир маанилүү туура барабарсыздыктардын тиешелүү дал келген бөлүктөрүн көбөйтүү керек.
9. $\alpha>b>0$ жана $n \in N$ болсо, $a^n > b^n$ болот. Бөлүктөрү оң болгон туура барабарсыздыктын ар бир бөлүгүн бирдей натуралдык көрсөтүчтүү даражага көтөрүүгө болот.
10. $\alpha>b>0$ болсо, $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{b}$ болот.
11. $\alpha>b\geq 0$ жана $n \in N$ болсо, $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ болот.

2-аныктама

$a < b < c$, же $a > b > c$, $a \geq b \geq c$ $a \leq b \leq c$ барабарсыздыктар кош барабарсыздыктар деп аталат.

Кош барабарсыздыктардын касиеттери [2]:

1^0. $a < b < c$ болсо, анда $c > b > a$ болот;

2^0. $d \in R$, R каалагандай сан болсо, анда $a + d < b + d < c + d$ болот;

3^0. $a < b < c$ болуп, $n > 0$ болсо, анда $a * n < b * n < c * n$ же $a{:}n < b{:}n < c{:}n$ болот;

4^0. Эгер $a < b < c$ жана n< 0 болсо, анда $a * n > b * n > c * n$ же $a{:}n > b{:}n > c{:}n$ болот.

5^0. **3-аныктама:** $a_1 < b_1 < c_1$ менен $a_2 < b_2 < c_2$ же $a_1 > b_1 > c_1$ менен $a_2 > b_2 > c_2$ барабарсыздыктары бирдей белгидеги (маанидеги),

$a_1 > b_1 > c_1$жана $a_2 < b_2 < c_2$ же $a_1 < b_1 < c_1$ жана $a_2 > b_2 > c_2$ карама-каршы маанилүү кош барабарсыздыктар деп аталат.

Бир маанилүү кош барабарсыздыктар кошулат, б.а.

$a_1 < b_1 < c_1$ жана $+a_2 < b_2 < c_2$ болсо, $a_1 + a_2 < b_1 + b_2 < c_1+c_2$ болот.

Карама-каршы кош барабарсыздыктар кемитилет

$a_1 < b_1 < c_1$ жана $a_2 > b_2 > c_2$ болсо, $a_1 - a_2 < b_1 - b_2 < c_1-c_2$ болот.

Мисалы:

1) $4 < 10 < 15$ жана $0 < 9 < 15$ барабарсыздыктары берилсин. Алардын суммасы $4< 19 < 30$ болот.

6^0. Эгерде $0 < a_1 < b_1 < c_1$ жана $0 < a_2 < b_2 < c_2$ болсо, $a_1 * a_2 < b_1 * b_2 < c_1 * c_2$ болот.

Мисалы: $1 < 8 < 15{,}4$ жана $2< 4 < 7$ болсо, анда $1 * 2 < 8 * 4 < 15{,}4 * 7$, б.а. $2< 32 < 107{,}8$ болот.

7^0. $0 < a < b < c$ жана $n \in N$ болсо, анда $a^n < b^n < c^n$ болот.

8^0. $0 < a < b < c$ болсо, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ болот.

9^0. Эгерде $0 < a < b < c$ жана $n \in N$ болсо, анда $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c}$ болот.

Мына ушул касиеттерди жана аныктамаларды окуучулар терең түшүнүп, сан огунда геометриялык сүрөттөлүштөрүн көрсөтүп жана айтып бере алышы керек.

1-натыйжа: Барарабарсыздыктын эки бөлүгүндөгү туюнтмалардын белгисин карама-каршысына өзгөртүп, барабарсыздыктын белгисин карама-каршысына алмаштырууга болот.

2-натыйжа: Барарабарсыздыктын ар бир эки бөлүгүн тең белгиси анык болбогон туюнтмага көбөйтүүгө мүмкүн эмес.

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

Мисалы: $\frac{2x-3}{x+2} < 1$ барабарсыздыгын эки бөлүгүн тен $x+2$ ге көбөйтүүгө мүмкүн эмес, себеби $x+2$ нин белгиси анык эмес, ал x$\in]-2;+\infty[$ интервалында оң, ал эми x$\in]-\infty;-2[$ аралыкта терс маанаге ээ болот.

4-аныктама : Бир өзгөрмөлүү сызыктуу барабарсыздык деп, $ax+b\,V0$ (1), $ax+b \geq 0$ (2) $ax+b \leq 0$ (2) түрүндөгү барабарсыздыкка же алмаштыруулардан сон ушундай көрүнүштөрдү алууга мүмкүн болгон барабарсыздыктар айтылат.

Барабарсыздыктарды 2 усул менен чыгарууга болот:

1) Графикалык усул;

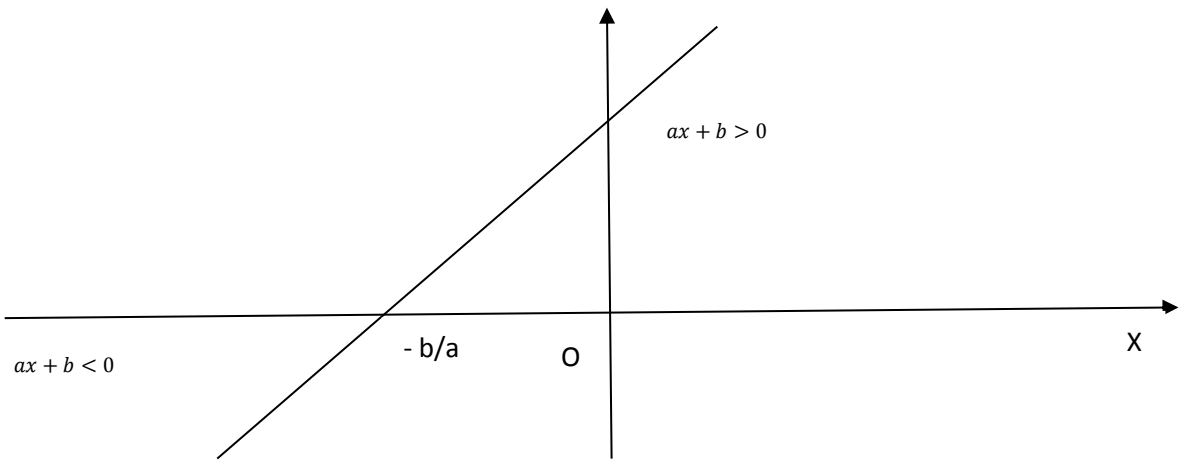
2) Интервалдар усулу.

1). *Графикалык усул* менен чыгаруу үчүн $y = ax + b$ сызыктуу функциясынын графиги тургузулат жана графиктин OX огу менен кесилишүү чекиттери табылат. OX огу эки интервалга бөлүнөт$]-\infty;-\frac{b}{a}[$ жана $]-\frac{b}{a};\infty[$

Графиктен $a > 0$ болгондо, $ax + b > 0$ (3),

$ax + b < 0$ (4)

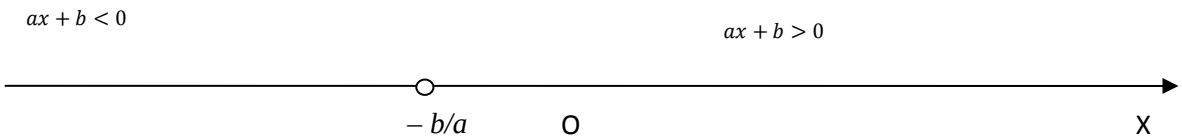
барабарсыздыктардан (3) нүн чечими $]-\frac{b}{a};\infty[$ ден, ал эми (4) нүн чечими $]-\infty;-\frac{b}{a}[$ ден тураарын аныктоого болот.



2) *Интервалдар усулу*

$a > 0$ болсо, (3)дөн $ax + b > 0$ $x + \frac{b}{a} > 0$ $x > -\frac{b}{a}$ (3) нүн чыгарылышы $]-\frac{b}{a};\infty[$ белгилүү болот.

$a < 0$ болсо, (4)дөн $ax + b < 0$ $x + \frac{b}{a} < 0$ $x < -\frac{b}{a}$ (4) нүн чыгарылышы $]-\infty;-\frac{b}{a}[$ белгилүү болот.



Эгер барабарсыздык бөлчөк түрүндө болсо, аны чыгаруу үчүн:

1) Барабарсыздык бүтүн көрүнүшкө келтирилет;

2) Кашаалар болсо, кашаалар ачылат;

3) Белгисиз чондуктар барабарсыздыктын бир бөлүгүнө, турактуу чоңдуктар барабарсыздыктын экинчи бөлүгүнө карама-каршы белгиси менен өткөзүлөт;

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557

4) Окшош мүчөлөр топтоштурулат;

5) Белгисиздин коэффициентине барабарсыздыктын эки жагы тен бөлүнөт (эгерде коэффициент оң болсо, барабарсыздык белгиси сакталат, эгерде коэффициент терс болсо, барабарсыздык белгиси карама-каршысына өзгөртүлөт) [1].

Барабарсыздыктарды интервалдар (аралыктар) усулу менен чыгаруу алгебра курсундагы темаларды терең үйрөнүүгө жардам берет. Мына ушундай темалардын бири болуп жалпы көбөйтүүчүнү тамыр астынан чыгаруу жана кийирүү болуп эсептелет.

М: Көбөйтүүчүнү тамыр астынан чыгаргыла.

$$\sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}}$$

Чыгаруу: :

$$\sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}} = |x^2-2x-3| * \sqrt{\frac{(x+4)}{x}} = A$$

Акыркы туюнтманын мааниси : $\frac{(x+4)}{x}$ жана x^2-2x-3 маанилерине коз каранды болуп x тин

$$\begin{cases} \frac{(x+4)}{x} \geq 0 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

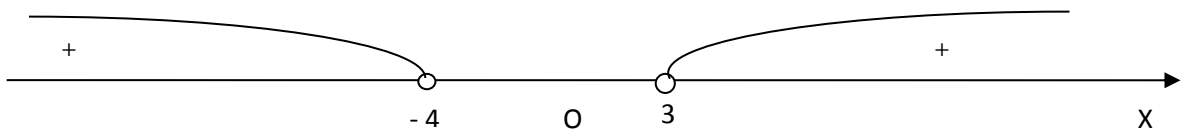
системаны канааттандырган маанилеринин көптүгүндө $(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}$ го барабар болот, ал эми $\begin{cases} \frac{(x+4)}{x} \geq 0 \\ x^2-2x-3 \leq 0 \end{cases}$ (2) системаны канааттандырган маанилеринин көптүгүндө -$(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}$ га барабар болот.

(1) жана (2) системаны чыгарабыз

$$\begin{cases} x * (x+4) \geq 0 \\ x^2-2x-3 \geq 0, x \neq 0 \end{cases} (1') \quad \begin{cases} x * (x+4) \geq 0 \\ x^2-2x-3 \leq 0, x \neq 0 \end{cases} (2') \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x+1)(x-3) \geq 0 \\ x(x+4) \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \\ x \leq -4 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

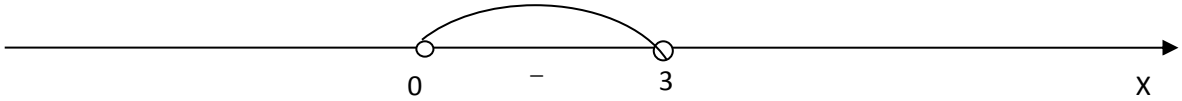
$]-\infty;-4[\ \cup\ ]3;\infty[$ маанилердин көптүгүндө



$(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}$ ээ болот, ал эми $\begin{cases} x^2-2x-3 < 0 \\ \frac{x+4}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ \left[\begin{matrix} x \leq -4 \\ x > 0 \end{matrix}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3$

$x \in]0;3[$ көптүгүндө $A = -(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}$

DOI:10.26104/IVK.2019.45.557



Жооп: $\sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}} = \begin{cases} (x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}, \text{эгерде } x \in]-\infty;-4[\cup]3;\infty[; \\ -(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{(x+4)}{x}}, \text{эгерде } x \in]0;3[\end{cases}$

Маселелерди чыгарууда да барабарсыздыктардын интервалдар методу менен чыгаруу усулу колдонулат.

1-маселе. А жана В шаарларынын арасындагы аралык 50 км. Каршысынан соккон шамалдын ылдамдыгы 60 км/с. Автомобиль А дан В га 2 сааттан көп эмес убакытта барып кайтуу үчүн кандай ылдамдыкта жүрүүсү керек?

Чыгаруу: Автомобиль x км/с ылдамдык менен жүрсүн .

Ал шамалдын багыты боюнча (x+60)км/с ылдамдыкта $\frac{50}{x+60}$ саатта басып өтөт, ал эми шамалга каршы багытта (x–60) км/с ылдамдык менен 50км жолду $\frac{50}{x-60}$ саатта басып өтөт .

Ал эми А дан В га барып кайра келүү үчүн $\frac{50}{x+60}+\frac{50}{x+60}$ саат кетет.

Маселенин шарты боюнча $\begin{cases} \frac{50}{x+60}+\frac{50}{x-60}<2 \\ x>60 \end{cases}$ (В)

(В) барабарсыздыктар системасын чыгарабыз:

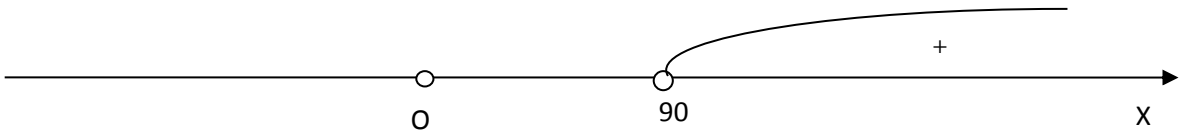
$\begin{cases} \frac{25}{x+60}+\frac{25}{x-60}<1 \\ x>60 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x^2-50x-3600}{x^2-3600}>0 \\ x>60 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-90)(x+60)(x+40)(x-60)>0 \\ x>60 \end{cases}$ (В*)

(В*) дан $(x+60)>0, (x+40)>0, (x-60)>0$ болот, себеби $x>60$. Анда

$\begin{cases} x-90>0 \\ x>60 \end{cases}$, барабарсыздык системасынан $x>90$ экендиги келип чыгат.

Мындан автомобиль 90 км/с кем эмес ылдамдыкта жүрүү керек деген жооп алабыз.



Адабияттар:

1. Сахаев Б.М.Решение нерававенств методом промежутков и равносильных замен. - Ташкент: Изд. ТашГУ, 1982. - 156 с.
2. Шарова А.И. Уравнение и неравенства. - Киев: «Вища школа», 1981.
3. Дорофеев Г.В. Обобщения метода интервалов. / Журнал Математика в школе. - №3. - 1969. - С. 39-41.
4. Стамалиева К.А. Способы решения уравнений и доказательств неравенств с помощью производной. / Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2020. №. 6. С. 10-17.
5. Ураимхалилова А., Кыралиева Г.Б. Секрет извлечения корней с большими степенями. / Известия ВУЗов Кыргызстана. 2016. №. 5. С. 246-248