DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ КЫРГЫЗСТАНА, № 6, 2022

Ашыров Э.Т.

«МАТЕМАТИКАЛЫК АНАЛИЗ» КУРСУН ОКУУДА БИЛИМ САПАТТАРЫНЫН КӨРҮНҮШҮ

Ашыров Э.Т.

ПРОЯВЛЕНИЕ КАЧЕСТВ ЗНАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

E. Ashyrov

MANIFESTATION OF KNOWLEDGE QUALITIES WHEN STUDYING THE COURSE «CALCULUS»

УДК: 378-048.78:517.4

Математика илиминин методдорун билүү, азыркы теориялык жана прикладдык математиканын ар кандай бөлүмдөрүн түшүнүү жана элестетүү, бүтүндөй математика илиминин классификациясы келечектеги математика мугалимдеринин билим сапатынын жалпыланган көрсөткүчү болуп саналат. Сапаттуу билими жок, математика илиминин тенденцияларын жана проблемаларын билбеген келечектеги математика мугалимдери квалификациялуу адис боло алышпайт. Болочок математика мугалимдеринин кесиптик компетенцияларынын негизин атайын дисциплиналар боюнча кесиптик билими түзөт. «Математикалык анализ» курсу келечектеги математика мугалимдерин даярдоодо негизги сабактардын бири болуп саналат. «Математикалык анализ» курсу боюнча сапаттуу билими келечектеги математика мугалимдеринин кесиптик билиминин негизи болуп саналат. Макалада «Математикалык анализ» курсун изилдөөдө билимдин түрлөрүнө жараша билимдин ар кандай сапаттарынын көрүнүшүнө мисалдар жана ал сапаттардын калыптанышына мисалдар келтирилген.

Негизги сөздөр: *билим сапаты, кесиптик компетенциялар, келечектеги математика мугалимдери, функция, туунду, интеграл.*

Знание методов математической науки, понимание и представление различных разделов современной теоретической и прикладной математики, классификация всей математической науки являются обобщенными показателями качества знаний будущих учителей математики. Будущие учителя математики без качественных знаний, без знаний научных тенденций и проблем математической науки не могут быть квалифицированными специалистами. Основу профессиональных компетенций будущих учителей математики составляют профессиональные знания по специальным дисциплинам. Курс «Математический анализ» является одним из основных дисциплин при подготовке будущих учителей математики. Качественные знания по математическому анализу являются основой профессиональных знаний будущих учителей математики. В статье приведены примеры проявления различных качеств знаний в зависимости от видов знаний и примеры формирования этих качеств при изучении курса «Математический анализ».

Ключевые слова: *качество знаний, профессиональные компетенции, будущие учителя математики, функция, производная, интеграл.*

Knowledge of mathematical science methods, understanding and presentation of various sections of modern theoretical and applied mathematics, the classification of the entire mathematical science are generalized indicators of the knowledge quality for future mathematics teachers. Future mathematics teachers without high-quality knowledge, without knowledge of scientific trends and problems of mathematical science cannot be qualified specialists. The basis of the professional competencies of future mathematics teachers is professional knowledge in special disciplines. The course "Calculus" is one of the main disciplines in the preparation of future mathematics teachers. Qualitative knowledge of calculus is the basis of professional knowledge of future mathematics teachers. The article provides examples of the manifestation of various knowledge qualities depending on the types of knowledge and examples of the formation of these qualities when studying the course "Calculus".

Key words: *knowledge quality, professional competencies, future mathematics teachers, function, derivative, integral.*

Введение. Одним из важных компонентов качества образования и профессиональной компетентности будущего учителя математики являются знаниевая составляющая [1]. В зависимости от качества приобретенных знаний формируются многие профессиональные и личностные качества, которые в будущем оказывают большое влияние на формирование других компонентов профессиональной компетентности. Без качественных знаний невозможно вести речь о формировании профессиональной компетентности будущего учителя математики.

Качественные знания являются одним из основных составляющих профессиональной компетентности будущего специалиста [2]. Без наличия знаний не может быть и речи о компетентности. Какими компетенциями не владел будущий специалист, ключевыми будут владение знаниями, необходимые в будущей профессиональной деятельности учителя математики [3].

Качества знаний будущих учителей математики. Основу подготовки будущих учителей математики составляют качественные знания по всем составляющим системы подготовки. То есть, процесс подготовки будущих учителей математики требует от них знаний, которые обладают определенными качествами [4].

Рассмотрим качества знаний будущих учителей математики, которые изучают курс «Математический анализ».

1. Полнота знаний. Первым качеством знаний является полнота знаний (рис. 1). Что же представляет собой полнота знаний в курсе математического анализа. Во-первых, это знание основных терминов математического анализа (точка, множество, число, область, существование и единственность, ограниченность, монотонность, доказательство, сходимость, дифференцируемость, интегрируемость и т.д.). Во-вторых, знание основных определений (функция, непрерывность, предел, производная, неопределенный и определенный интеграл и т.д.). В-третьих, знание

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

теорем и формул (теоремы о пределах, теоремы о среднем, замечательные пределы, формулы производных и интегралов и т.д.). В-четвертых, знание методов решения задач (поиск максимума или минимума, построение графика и его исследование, методы вычисления производной и интегралов, применение формул анализа для решения прикладных задач и т.д.) [5].

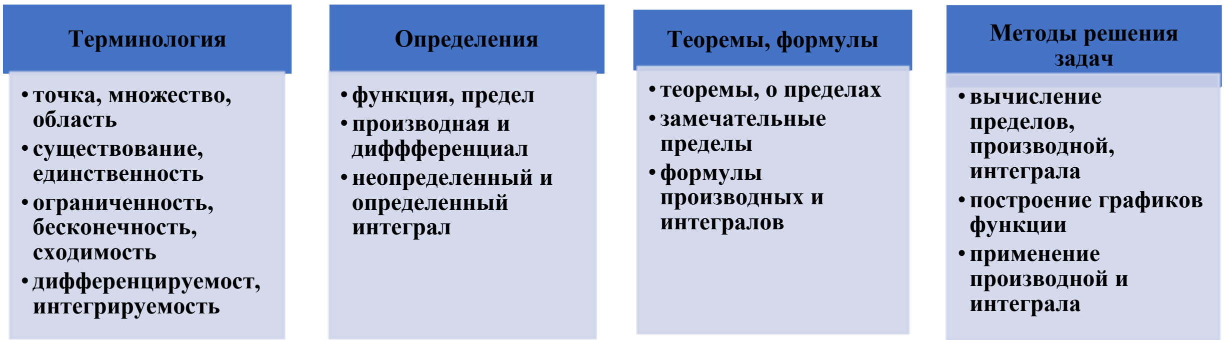

Рис. 1. Полнота знаний в математическом анализе.

2. Глубина знаний. Вторым показателем качества знаний является глубина знаний. Чтобы определить глубину знаний, необходимо определить связи между собой различных видов знаний. Основными показателями глубины являются теоремы и их следствия, знание доказательств различных утверждений, где прослеживаются связи между знаниями.

Теория математического анализа строится на взаимосвязи практически всех его элементов. Например, связаны между собой такие понятия, как непрерывность и дифференцируемость функции, монотонность (возрастание и убывание) самой функции и знакоопределенность (положительность и отрицательность) производной функции. Формула Ньютона-Лейбница показывает связь между определенным и неопределенным интегралами. Понятие фундаментальности и сходимости последовательностей, отсюда следуют и признаки сходимости числовых рядов, которые в свою очередь определяют радиус сходимости функциональных рядов. Вычисление производной и вывод основных формул дифференцирования связаны с вычислением пределов функций.

Исследование функции с помощью производной один из примеров формирования глубины знаний студентов. С помощью производной мы определяем, монотонность, находим экстремумы (максимумы и минимумы), точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графика функции, производная используется для нахождения асимптот к графику функции.

Рис. 2. Глубина знаний в разделе «Приложения математического анализа в других науках».

Различные приложения дифференциального и интегрального исчислений в геометрии, физике, экономике, биологии, экологии и в других науках могут показать наиболее глубокие связи между различными знаниями. Такие понятия, как скорость, работа, энергия, мощность переменного тока, рост популяции, эластичность, производительность, площадь фигуры, длина кривой, объем различных тел являются показателями применения взаимосвязей между разными знаниями (рис. 1). Мы производим вычисление различных величин, используя аппарат или элементы математического анализа, которые взаимосвязаны через формулы и утверждения. А это в свою очередь является характеристикой глубины знаний.

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

3. Систематичность. Систематичность знаний курса математического анализ зависит от целей обучения. Есть некоторые главы, которые могут быть изучены по-разному. В некоторых случаях изучается сначала, например, весь курс дифференциального исчисления, включая и для функции многих переменных, потом идет изложение интегрального исчисления и теории рядов [6]. В других теориях применяется другая систематизация курса. Сначала изучается дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной, а потом идет изучение курса дифференциального и интегрального исчисления функции многих переменных, теории рядов [7].

Необходимость изучения комплексных чисел возникает при изучении методов вычисления интеграла от рациональных функций, хотя возможно студенты изучили их в курсе теории чисел или алгебры, изучение комплексных чисел входит в систематичность курса математического анализа (рис. 3).

4. Системность. Есть определенная структура курса математического анализа, где невозможно изменить последовательность или иерархию изучения, в этом случае мы имеем дело с другим показателем качества знаний такого, как системность знаний. Невозможно без понятия предела, изучить теорию дифференциального исчисления, или же без понятия первообразной невозможно построить интегральное исчисление. Необходимо строгое соблюдение определенной последовательности изучения курса. Курс теории дифференциальных уравнений мы изучаем только после знания фактически всего курса математического анализа. Изучение дифференциальных уравнений требуют знания курса и алгебры, элементов теории рядов, численных методов. Любой курс при этом имеет свою структуру или системность знаний в иерархии научных знаний.

Основными объектами изучения в курсе «Математического анализа» являются числа, последовательности и функции. Далее изучаются раздел дифференциального и интегрального исчислений (понятие производной и интеграла, определения, теоремы, задачи и приложения). Все это представляет собой системность как показатель качества знаний при изучении курса «Математический анализ». Системность в отличии от глубины предполагает не только связи между различными видами знаний, но и иерархию и целостность знаний (рис. 4).

5. Оперативность. Оперативность знаний в математическом анализе проявляется при применении таких фундаментальных понятий анализа как предел, функция, производная, интеграл. Например, не зная формулу вычисления производной некоторой функции, мы, зная определение производной, можем вычислить предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю и тем самым применить наши знания о вычислении пределов.

Оперативность знаний о функциях проявляется во всех случаях, когда мы имеем дело с этим понятием. Мы строим график, находим область определения, исследуем поведение функции, вычисляем производную, интеграл и т.д. Также часто мы используем понятие производной и в теории, и на практике, вычисляем производную для исследования функции, нахождение наибольшего или наименьшего значения в какой-либо задаче, угловой коэффициент касательной, вычисление скорости и т.д.

Понятие интеграла используется также очень часто. Тем больше его мы применяем, тем чаще проявляется свойство оперативности знаний об интеграле (рис. 5). Интеграл очень часто используется для вычисления площадей фигур, объемов тел, вычисления длины дуги кривой, определения центра масс тяжести, вычисление работы силы и т.д.

Рис. 3. Систематичность знаний при изучении методов интегрирования рациональных функций.

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

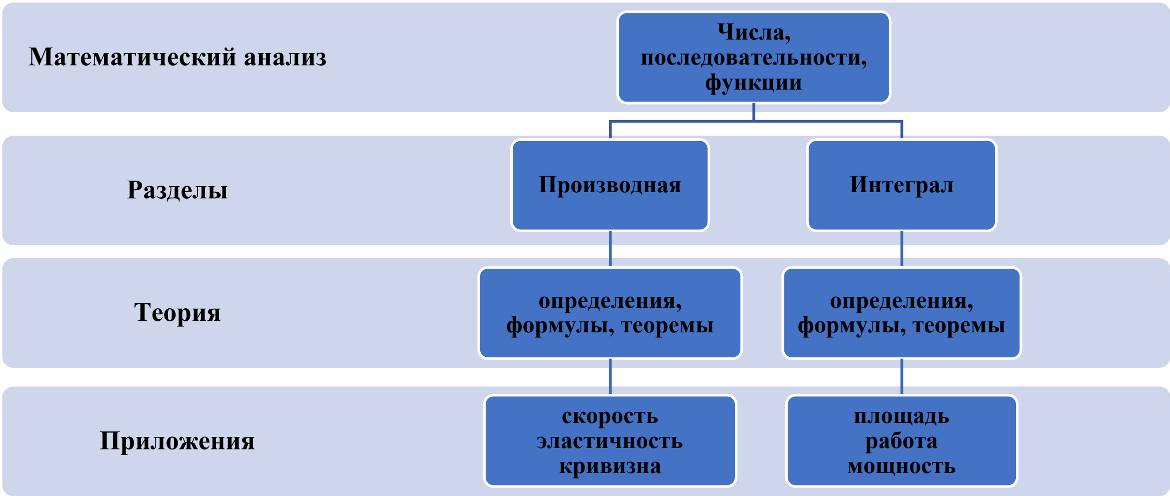

Рис. 4. Системность знаний в курсе «Математический анализ».

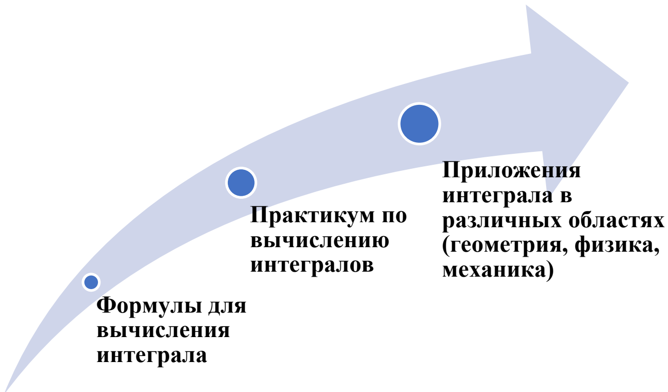

Рис. 5. Уровень оперативности знаний при изучении темы «Интеграл и его применение».

6. Гибкость. Свойство гибкости знаний в математическом анализе очень важно, например, при вычислении производной от некоторых функций. Есть различные способы вычисления производной от некоторой функции. В качестве примера можно взять функцию вида $y = \frac{x^2}{x\sqrt{x}}$. Можно вычислить производную как от степенной функции, или вычислить формулу по правилу вычисления производной от частного двух функций, при этом применить правило вычисления производной от произведения двух функций в знаменателе.

Рис. 6. Гибкость знаний при вычислении производной функции.

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

Можно выражение, стоящее в знаменателе, написать в виде выражения с отрицательным показателем степени $y=x^2\,x^{-1}\,x^{-1/2}$ и вычислить по формуле вычисления производной от произведения трех функций. То есть одну и ту же функцию мы можем записать по-разному и применить различные правила вычисления производных, что является проявлением гибкости знаний (рис. 6).

Мы можем также применить наши знания для приближенного вычисления с помощью производной в различных задачах. Это снова проявление гибкости знаний о применении производной. При построении графиков функции мы можем применить методы сдвига, сжатия, сложения различных известных графиков функции. Знание этих методов также говорят о гибкости наших знаний о графиках функции.

7. Конкретность и обобщенность. Если рассмотрим знания о пределе, о функции, о производной, об интеграле, то имеем дело об обобщенных знаниях. Как подвести эти знания к конкретным знаниям? Как они могут проявиться? Рассмотрим соотношение обобщенных и конкретных знаний в математическом анализе (рис. 7).

Предел

- определение предела,
- вычисление предела,
- формулы суммы, разности, произведения, отношения пределов,
- сходимость и расходимость пределов.

Функция

- определение функции,
- область определения функции,
- график функции,
- элементарные функции,
- непрерывность функции,
- монотонность функции.

Производная

- определение производной, вычисление производной, формулы вычисления производной для различных элементарных функций, формулы суммы, произведения, дроби для вычисления производной,
- применение производной для нахождения интервалов монотонности, для нахождения максимумов и минимумов, нахождение формула касательной, приближенные вычисления с помощью производной, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.

Интеграл

- определение первообразной и неопределенного интеграла, таблица неопределенных интегралов, метод замены переменных и метод интегрирования по частям вычисления интегралов,
- методы интегрирования рациональных функций, интегрирование иррациональных функций, интегрирование тригонометрических функций,
- понятие интегральной суммы и определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница,
- применение интеграла для вычисления площадей, вычисления объемов, длины кривой, физические приложения определенного интеграла.

Рис. 7. Обобщенные и конкретные знания.

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

8. Развернутость и свернутость. Развернутость и свернутость знаний, как и обобщенные и конкретные знания, связаны между собой. Всем известные формулы математического анализа представляют собой свернутые знания, а вот вывод или доказательство этих формул есть развернутость знаний. Примерами могут служить знание формул дифференцирования или интегрирования конкретных функций. Например, формула производной произведения двух функций. Если мы знаем эту формулу, то это свернутое знание, если же мы знаем вывод этой формулы на основе определения производной и свойств предела, то это уже пример развернутого знания.

По графику функции мы можем определить точки максимума и минимума этой функции. Это свернутость знаний. Применяя производную, мы можем найти конкретные значения этих точек, сами значения максимума и минимума, что представляет собой развернутость знаний (рис. 8).

Рис. 8. Свернутость и развернутость знаний для нахождения точек экстремума

В некоторых случаях, например, при вычислении какого-то интеграла, нам важен не результат, а ход решения. В случае неправильного ответа мы можем, зная ход решения, найти то место, где была допущена ошибка. В этом случае важно именно развернутое знание о вычислении интеграла.

9. Осознанность. Осознанность знаний в математическом анализе проявляется, как и при владении теоретическим материалом, так и применением на практике этих знаний. Например, осознанное знание формулы Тейлора помогает без каких-либо затруднений вывести или применить его частный случай формулу Маклорена. А также применить эти знания для приближенных вычислений и с помощью остаточного члена оценить погрешность вычислений.

Студент, осознанно знающий формулы и методы вычисления предела, производной, интеграла, может сделать классификацию методов, правильно применить тот или иной метод решения задачи по заданной функции. Например, для того чтобы вычислить интеграл вида $\int \quad x \sin \sin x \, dx$, студент применит метод интегрирования по частям, если он осознанно знает данный метод. И студент осознанно сможет по виду подынтегральной функции определить метод вычисления данного интеграла.

Применение знаний математического анализа в других областях науки является проявлением осознанности знаний студента. Так решение задач на нахождение наибольшего или наименьшего значений какой-либо величины реального объекта (площадь земельного участка, длина ограждения какой-то территории, объем вместимости какой-нибудь посуды и т.д.) требует от студентов осознанных знаний о функции как зависимости между различными величинами, знаний о применении производной в алгоритме нахождения наибольшего или наименьшего значения функции на интервале (рис. 9).

10. Прочность. Прочность знаний элементов математического анализа проявляется в ходе изучения самого курса, так как этот курс является одним из больших курсов в фундаментальной подготовке будущих учителей математики. Фактически, когда мы начинаем изучать теории функций многих переменных мы можем проверить прочность наших знаний о пределе, о производной, об интеграле. Понятия частных пределов, частных производных, кратных интегралов требует от студентов хранения знаний, изученных в начале курса. Изучение дифференциальных уравнений также является проявление прочности знаний курса математического анализа (рис. 10).

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

Рис. 9. Осознанность знаний на применение производной.

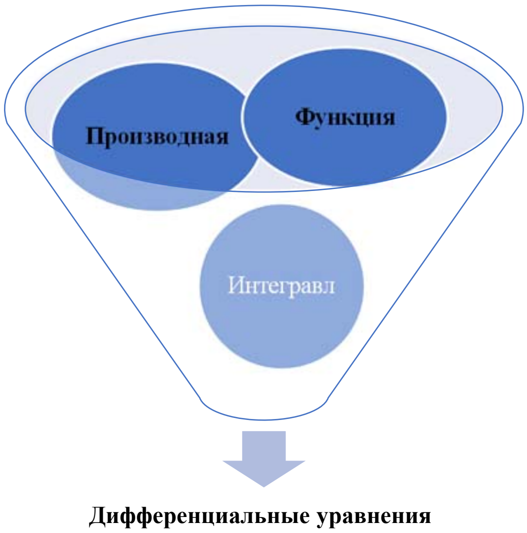

Рис. 10. Прочность знаний математического анализа.

Заключение. Таким образом, если будущие учителя математики обладают качественными знаниями, то они могут вести профессиональную деятельность на высоком уровне. Качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики играют важную роль. Без качественных знаний нельзя говорить о других необходимых компетенциях или показателях будущего учителя математики. Если поставить вопрос: какова роль качества знаний в системе подготовки будущих учителей математики, то следует ответить, что оно занимает одно из центральных мест в этой системе. Именно качество знаний, в первую очередь, определяет качество всей системы подготовки будущих учителей математики. Знания составляют ключевое звено содержания образования, так как без знаний об объекте не может быть умений и навыков, без знаний не может быть никаких начинаний творческой деятельности, без знаний не может формироваться личность. А качество знаний, являясь признаком сформированности других компонентов системы подготовки учителей, способствует к тому, что выражает наиболее точную характеристику качества всей образовательной системы.

DOI:10.26104/IVK.2022.45.557#

Литература:

1. Калдыбаев С.К Вопросы качества в системе образования. Академический вестник: Ежегодный сборник статей преподавателей АУЦА [Текст]/С.К. Калдыбаев, Э.Т. Ашыров. - Бишкек, 2007. - С. 150-154.
2. Жидова Л.А. Формирование профессиональных компетенций будущих учителей математики (на примере изучения курса «Математический анализ»). / Научно-педагогическое обозрение. Pedagogical Review. 2017. 1 (15). - С.81-84.
3. Калдыбаев С.К. Компьютерная диагностика результатов обучения в общеобразовательной школе. [Текст] / С.К. Калдыбаев, Д.М. Ажыбаев, М.М. Бекежанов. - Бишкек-Нарын, 2007. - 136 с.
4. Лернер И.Я., Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? [Текст] / И.Я. Лернер. - Москва, 1978. - 48 с.
5. Ильин В.А. и др. Математический анализ. Начальный курс. В.А.Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов. Под ред. А.Н. Тихонова.2-е изд., перераб. - М.: Изд. МГУ, 1985. - 662 с.
6. Кудрявцев Л.Д. «Курс математического анализа». - М., Высшая школа, 1981.
7. Ильин В.А., Позняк, Э.Г. «Основы математического анализа». - М.: Наука, 1971.
8. Ашыров Э.Т., Чекирова Г.К. Методологические аспекты применения информационных технологий в обучении физике и математике: проблемы, возможности, перспективы. / Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2017. №. 9. - С. 205-207
9. Сияев Т.М., Чекирова Г.К., Ашыров Э.Т. Электронные обучающие системы в средних школах Кыргызской Республики. / Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2017. №. 9. С. 202-204.