Төрөгелдиева К.М., Асанова Ж.К.

МАТЕМАТИКАЛЫК АНАЛИЗ КУРСУН ОКУТУУДА ПРЕДМЕТ АРАЛЫК БАЙЛАНЫШТЫ ТУУРА КОЛДОНУУНУН ФАКТОРЛОРУ ЖАНА РОЛУ

Торогелдиева К.М., Асанова Ж.К.

ФАКТОРЫ И РОЛЬ ПРАВИЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ СВЯЗИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ КУРСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

K.M. Torogeldieva, Zh.K. Asanova

FACTORS AND ROLE OF CORRECT USE OF INTERSUBJECT RELATION IN THE PROCESS OF TEACHING THE COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS

УДК: 517.38:387.147

Бул макалада предмет аралык байланышты туура колдонуунун факторлору жана анын ролу аныкталып, геометриялык фигуралардын аянттарын, көлөмдөрүн жана физикалык маселелерди аныкталган интегралдын жардамы менен чыгаруу сунуш кылынды.

***Негизги сөздөр:** математикалык анализ, физика, предмет аралык байланыш, декарт жалбырагы, аянт, көлөм, поляр, циссоида, интеграл.*

В этой статье определены роли и факторы правильного использования межпредметных связей и предложены решение физических задач, площадей и объемов геометрических фигур через определенный интеграл.

***Ключевые слова:** математический анализ, физика, межпредметные связи, листья декарта, площадь, объем, поляр, циссоида, интеграл.*

This article defines the roles and factors of the correct use of intersubject connections and proposes the solution of physical problems, areas and volumes of geometric figures through a definite integral.

***Key words:** mathematical analysis, physics, intersubject connections, decarta leaves, area, volume, polar, cissoid, integral.*

Кыргыз Республикасынын «Билим берүү жөнүндөгү» законунда жана башка нормативдик документтердин талаптарында, жаңы окуу планына ылайык окуу китептерин кайра карап чыгуу, алардын илимий деңгээлин көтөрүү, материалдын жеткиликтүүлүгүн, практикалык багытын, предметтер аралык байланышты камсыз кылуу маселеси каралган. Окуу предметинин негизин үйрөтүүдө илимий түшүнүктөрдүн, курстун багыттоочу идеяларынын, принциптеринин мазмунун ачуу, окуучуларда илимий көз караштын, дүйнөнүн жалпы илимий сүрөттөлүшүн калыптандыруу белгиленген.

Математикалык анализ курсун окуп үйрөнүүдө предмет аралык байланышты колдонуу терең билим алууга, илимий түшүнүктөрдүн бүтүндүктө калыптануусуна, илимий ой жүгүртүүгө, жаратылыштагы жана коомдогу көрүнүштөрдүн тыгыз байланышы жөнүндө терең билим берет. Ошондой эле студенттердин билим денгээлин көтөрүп, логикалык ой жүгүртүүсүн, чыгармачылык шыгын арттыруу менен алардын . окуу материалды өздөштүрүүсүнө жардамы өтө чон. Ар бир түшүнүктүн манызы көптөгөн талдоолор, сын пикирлер аркылуу ачылат жана мындай түшүнүктүн манызы башка түшүнүктөрдүн жыйынтыктары менен байланышта болгондугу белгилүү. Ошондуктан, ар бир түшүнүктү өзүнчө бөлүп кароо мүмкүн эмес, себеби аларды жалпы бир система катары кароо керек. Жогоркулардын негизинде предмет аралык байланыштын мааниси терен экендигин дагы бир жолу белгилей кетсек болот.

Предмет аралык байланыш – жалпы окуу процессин жана анын бардык функциясын өркүндөтүүнүн дидактикалык шарты. Анын мазмунуна тектеш окуу предметтердин материалдарын координациялоо, окуу материалынын илимий жана прикладдык деңгээлин көтөрүү, билим алуучулардын билимдерин системалаштыруу, жалпыланган окуу көнүмүштөрүнө ээ кылуу, акырында ар тараптан өнүккөн инсанды калыптандыруу ж.б. кирет [1].

Окутуучу өз сабагын өтүп жаткан учурда предмет аралык байланыштын ар түрдүү формасын колдонууга толук мүмкүнчүлүгү бар. Бирок мындай тандоо эң биринчиден окутуучунун окутуу ишмердүүлүгүнө тоскоол болбой, тескерисинче анын ишине көмөктөшүп, окутууну уюштуруунун дидактикалык шарты болуш керек. Предмет аралык байланыш тууралуу жакшы даярдалган материалдар болгон учурда гана окутуучу сабактын планын түзүүдө анын эффективдүү колдонуусун пландаштыра алат.

Предмет аралык байланышты туура колдонуунун төмөндөгүдөй факторлору бар [2]:

- окутуучу – предметниктердин тыгыз карым катнашы;
- жалпы маселелерди жамаат менен чечүү, ошондой эле кандайдыр бир ишти алып барууда студенттерге бирдей талап коюу;
- табигый илим математика багытындагы окутуучулардын методикалык жактан бирге иштөөсү;
- башка предметти окуткан окутуучулар менен бирге методикалык бирикмелерди чогуу өткөрүү;

Математикалык анализ предметинин башка предметтер менен байланышынын ролу төмөнкүлөр:

- илимдин өсүп өнүгүүсүнө тоскоол болгон себептерди аныктоого;
- математикалык, физикалык жана башка кубулуштардын ортосундагы байланыштарды ачууга;
- башка илимдерде математикалык кубулуштарды колдонуусу жана өзүн-өзү көрсөтүүсү;
- башка предметтерди окуп үйрөнүүдө кабыл алынган билимдерди туура колдонуусу;
- студенттердин алган билимдерин практикалык ишмердүүлүктө колдонуусу.

Предмет аралык байланышты колдонуу студенттердин билим-деңгээлин түшүрбөстөн, тескерисинче кызыкчылыгын арттыруу менен математикалык анализ боюнча предметтик компетенциясын калыптандырат.

Предмет аралык байланышты колдонууда студенттердин чыгармачылык ой жүгүртүүсү да өсүп өнүгөт. Бир илимдин башка илимдер менен тыгыз байланышуунун натыйжасында ар бир илимдин агымын тереӊ өздөштүрүү процесси жүрөт.

Мисал 1: Декарттын жалбырагынын аянтын тапкыла $x^3 + y^3 - 3axy = 0.$

Чыгаруу: Функция айкын эмес берилгендиктен полярдык координаталарды колдонобуз.

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi$$

анда:

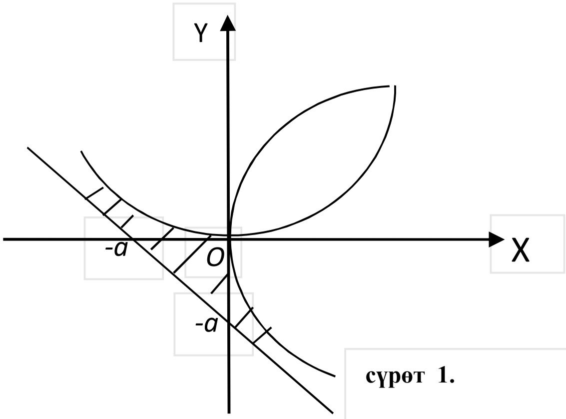
$$\rho^3\cos^3\varphi + \rho^3\sin^3\varphi - 3a\rho^2\cos\varphi\sin\varphi = 0$$

$$\rho(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi) = 3a\sin\varphi\cos\varphi$$

$$\rho = \frac{3a\sin\varphi\cos\varphi}{\cos^3\varphi + \sin^3\varphi}, \text{ мында } \varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

болгондуктан

$$S = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 d\varphi = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi)^2} d\varphi.$$



сүрөт 1.

Бул интегралды чыгарыш үчүн төмөнкү ыкманы колдонобуз:

$$t = tg\varphi, \quad dt = \frac{1}{\cos^2\varphi} d\varphi, \quad \varphi = 0, \quad t = 0, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad t = +\infty$$

$$S = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi)^2} d\varphi = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{\cos^6\varphi(1 + tg^3\varphi)^2} d\varphi =$$

$$= \frac{9a^2}{2}\int_0^{+\infty} \frac{t^2}{(1+t^3)^2} dt = \frac{9a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\int_0^A \frac{t^2}{(1+t^3)^2} dt = -\frac{3a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\left[\frac{1}{1+t^3}\right]\Bigg|_0^A = \frac{3}{2}a^2.$$

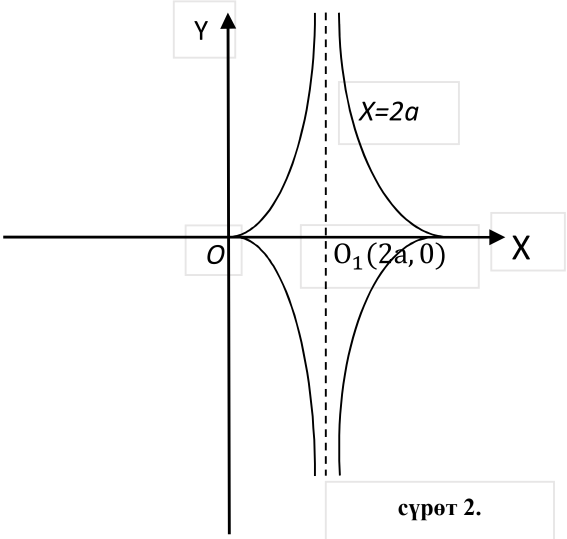
Мисал 2: Циссоиданын $y^2 = \dfrac{x^3}{2a - x}$ өзүнүн асимптотасынын $x = 2a$, айланасында айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмүн тапкыла.

Чыгаруу: Бул маселени чыгарыш үчүн координата системасын өзгөртөбүз, б.а. координат башталышын $O_1(2a,0)$ чекитине көчүрөбүз.

$x_1 = x - 2a, \quad y_1 = y,$ анда циссоиданын теңдемеси төмөнкү түргө келет.

$$y_1^2 = \frac{(x_1 + 2a)^3}{-x_1}$$

O_1x_1 огунда айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмү төмөнкү өздүк эмес интегралга барабар болот.



сүрөт 2.

$$V = \pi \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2 dy_1 = 2\pi \int_{0}^{\infty} x_1^2 dy.$$

Бул интегралды интегралдаш үчүн x_1 өзгөрмөлүү чоңдугуна өтөбүз

$$2y_1y_1^1 = -\frac{3(x_1 + 2a)^2 x_1 - (x_1 + 2a)^3}{x_1^2} = -\frac{2(x_1 + 2a)^2 (x_1 - a)}{x_1^2}$$

$$y_1^1 = -\frac{(x_1 + 2a)^2 (x_1 - a)}{x_1^2 y_1} = -\frac{(x_1 + 2a)^2 (x_1 - a)}{x_1^2 \cdot \sqrt{-\dfrac{(x_1 + 2a)^3}{x_1}}} = -\frac{(x_1 + 2a)(x_1 - a)}{x_1^2 \cdot \sqrt{-\dfrac{x_1 + 2a}{x_1}}}.$$

Анда:

$$V = -2\pi \int_{-2a}^{0} \frac{(x_1 + 2a)\ (x_1 - a)}{\sqrt{-\dfrac{x_1 + 2a}{x_1}}} dx_1 = \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_1 + 2a}{x_1} = -t^2 \\ x_1 = -\dfrac{2a}{1 + t^2} \\ dx_1 = \dfrac{4at}{(1 + t^2)^2} dt \\ x_1 + 2a = \dfrac{2at^2}{1 + t^2}, x_1 = -2a, t = 0 \\ x_1 = 0, t = \infty \\ x_1 - a = -\dfrac{3a + at^2}{1 + t^2} \end{array} \right| =$$

$$= 2\pi\int_0^\infty \frac{2at^2(3a+at^2)4atdt}{t(1+t^2)^4} = 48a^3\pi\int_0^\infty \frac{t^2dt}{(1+t^2)^2} + 16a^3\pi\int_0^\infty \frac{t^4dt}{(1+t^2)^4} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = tgz \\ dt = \sec^2 zdz \\ t=0,\ z=0, \\ t=\infty,\ z=\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right| = 48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 z\cos^4 zdz + 16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 z\sin^4 zdz =$$

$$= 48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 zdz - 48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 zdz + 16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 zdz - 16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 zdz =$$

$$= 64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4} - 64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6} = 2\pi^2a^3.$$

Эскертүү: мында төмөнкү интегралдарды колдондук,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m xdx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m xdx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos xdx = dt \\ x=0,\ t=0 \\ x=\dfrac{\pi}{2},\ t=1 \end{array} \right| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\sin^2 x)^{\frac{m-1}{2}} \cos xdx =$$

$$= \int_0^1 (1-t^2)^{\frac{m-1}{2}} dt = \frac{(m-1)!!}{m!!}\cdot\frac{\pi}{2}.$$

Мисал 3. Түз сызыктуу кыймылда болгон нерсенин ылдамдыгы $V = 3t^2 + 2t \quad (м/с)$ болсун. Кыймыл башталгандан 5 секунд өткөндөгү басып өткөн аралыкты тапкыла.

Чыгаруу: Басып өткөн аралык

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt = \int_0^5 \left(3t^2 + 2t\right)dt = \left[3\frac{t^3}{3} + 2\frac{t^2}{2}\right]\Bigg|_0^5 = 150м$$

болот.

Мисал 4. Массасы m болгон нерсени жерден h бийиктигине көтөргөндөгү жумушту тапкыла.

Чыгаруу: Бүткүл дүйнөлүк тартылуу закону боюнча, m массасына таасир эткен күч $F = k\dfrac{mM}{r^2}$ болот.

Мында M - жердин массасы, r - массасынын жердин борборуна чейинки аралык, k - гравитациялык чоңдук. Эгерде $r = R$ болсо, $F = mg$ болот, анда

$$mg = k\frac{mM}{R^2}$$

аткарылат.

Мындан $kM = gR^2$ алабыз,

$$F = mg\frac{R^2}{r^2}$$

Изделүүчү жумуш

$$A=\int_{R}^{R+h}Fdr=\int_{R}^{R+h}mgR^2\frac{dr}{r^2}=mgR^2\left(-\frac{1}{2}\right)\Bigg|_{R}^{R+h}=mgR\frac{h}{R+h}$$

Келтирилген мисалдарда аянт жана көлөмдөрдү эсептөөдө аныкталган интегралды, өздүк эмес интегралды колдонуп чыгаруу каралды. Жогорудагыдай мисалдар математиканын ички байланыштарын жана физика илими менен байланышын ишке ашыруу менен студенттердин билимге болгон кызыкчылыгын арттыра тургандыгы айгине.

Адабияттар:

1. Федорова В.Н. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин. - М., Просвещение, 1980
2. Усова А.В. Межпредметные связи в преподавании основ наук в средней школе. - М., Просвещение, 1978
3. Кутанов А., Асанова Ж.К. Математикалык анализ. – Б., 2014.

Рецензент: к.пед.н., доцент Сагыналиева Н.К.