DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

НАУКА, НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИННОВАЦИИ КЫРГЫЗСТАНА, № 8, 2019

МАТЕМАТИКА ИЛИМДЕРИ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
MATHEMATICAL SCIENCES

Кыдыралиев С.К., Урдалетова А.Б., Кадырова М.К.

КЫЙМЫЛДЫ КАМТЫГАН МАСЕЛЕЛЕРДИ АНАЛИТИКАЛЫК ГЕОМЕТРИЯ АРКЫЛУУ ЧЫГАРУУ

Кыдыралиев С.К., Урдалетова А.Б., Кадырова М.К.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

S.K. Kydyraliev, A.B. Urdaletova, M.K. Kadyrova

USE OF ANALYTICAL GEOMETRY FOR SOLVING MOTION TASKS

УДК:519-7(575.2)

Аналитикалык Геометриянын өнүгүшүнө көмөк көрсөтүү максатында, бул макалада анын куралдарын физика жана математикадагы кыймылга карата берилген маселелерге кантип пайдаланууга болору каралган. Пайда болгонуна 400 жылдан ашканына карабастан, Аналитикалык Геометрия мектеп курсунда дээрлик колдонулбайт. Туруктуу ылдамдыкка карата берилген маселелер көбүнөсү арифметикалык же алгебралык ыкмалардын жардамы менен чыгарылат, ал эми бул макалада болсо Аналитикалык Геометриянын инстументтерин колдонуу менен кадимки маселелердин чыгарылышы жөнө-көйлөтүлөөрү жана алардын чыгарылышынын айкындыгы жана ачыктыгы көрсөтүлгөн. 11 кыймылды камтыган белгилүү татаалдыктагы маселелер каралган. Мындан тышкары, сызыктуу функциялардын сүрөттөлүшү менен жалпы маселелердин чыгарылышы, координат чекиттери жана тиешелүү теңдемелер системасы менен бирдикте маселелердин чыгарылышы да каралган. Макалада конкреттүү маселелер каралып, аладрын тыянактары да берилген.

***Негизги сөздөр**: аналитикалык геометрия, кыймыл-аракет, иш, координаттык тегиздик, чекит,, ылдамдык, убакыт, аралык..*

Для того чтобы способствовать продвижению Аналитической Геометрии, в данной статье мы показываем, как использование ее инструментов упрощает решение традиционных задач математики и физики на движение. Несмотря на почти 400 лет, прошедших с момента ее появления, Аналитическая Геометрия фактически не применяется в школьной математике. Задачи на движение с постоянной скоростью обычно решаются арифметическими или алгебраическими способами, в данной работе расмотрены задачи где с приенением инструментов Аналитической геометрии упращаются решения традиционных задачи и позволяет внести наглядность, ясность в процесс ее решения. Рассмотрены задачи 11 действиями с определенной сложностью. А также описаны решение общих задач с описанием линейных функций, точкой с координатами и решение конкретных задач соответствующими системами уравнений. В статье конкретно рассматриваются примеры и дается выводы.

***Ключевые слова:** аналитическая геометрия, движение, работа, координатная плоскость, точка, скорость, время, расстояние.*

In order to promote the advancement of Analytical Geometry, in this article we show how using of its tools simplifies the solution of traditional problems of mathematics and physics to motion. Despite the almost 400 years that have elapsed since its appearance, Analytical Geometry is in fact not used in school mathematics. The tasks of moving at a constant speed are usually solved by arithmetic or algebraic methods, in this paper problems are considered where, using the tools of Analytical geometry, the solutions of traditional problems are simplified and allows visibility and clarity to be solved. Tasks are considered 11 actions with a certain complexity. As well as the general solution of problems is described by linear functions, a point with coordinates and specific tasks are solved by the corresponding systems of equations. The article specifically examines examples and draws conclusions.

***Key words:** analytical geometry, motion, work, coordinate plane, point, speed, time, distance.*

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Кеңири таанымал болгон Википедия сайтында Аналитикалык Геометрия маселелери алгебра ыкмалары менен чыгарылуучу математиканын тармагы деп аныкталат. Чындыгында, белгилүү окумуштуулар Пьер де Ферма жана Рене Декарт [1] түбүн түптөп кеткен Аналитикалык Геометрия, буга тескерисинче, геометриялык усулдарды пайдаланып алгебра маселелерин да чече алат.

Аналитикалык геометриянын натыйжалуулугуна белгилүү окумуштуулар дароо эле баа беришкен. Анын өнүгүүсүнө олуттуу салым кошкондордун арасында Ньютон, Клеро, Эйлер, Лагранд ж.б. окумуштуулар бар.

Анын жаралганына 400 жыл болгонуна, анын ЖОЖдордо милдеттүү түрдө окутулгандыгына [2] карабастан, Аналитикалык Геометрия мектептин математикасында дээрлик колдонулбай келет.

Аналитикалык Геометрияны өнүктүрүүгө өбөлгө түзүү үчүн, бул макалада биз анын ыкмалары математика жана физикадагы кыймылды камтыган салттуу маселелерди чыгарууну женилдетээрин көрсөттүк.

1. Жогоруда белгиленгендей, кыймылга карата маселелер адатта арифметикалык же алгебралык ыкма менен чыгарылат. Геометриялык ыкманы пайдалануу маселени чечүү процессине көрсөтмөлүүлүктү, ачык-айрымдуулукту киргизүүгө мүмкүндүк берет. Алсак, маселелер китебинде [3] төмөндө келтирилген маселе арифметикалык ыкма аркылуу 11 аракет менен чечилет. Албетте, мындай чоң сандагы аракеттерди пайдалануу белгилүү татаалдыктарга алып келери түшүнүктүү.

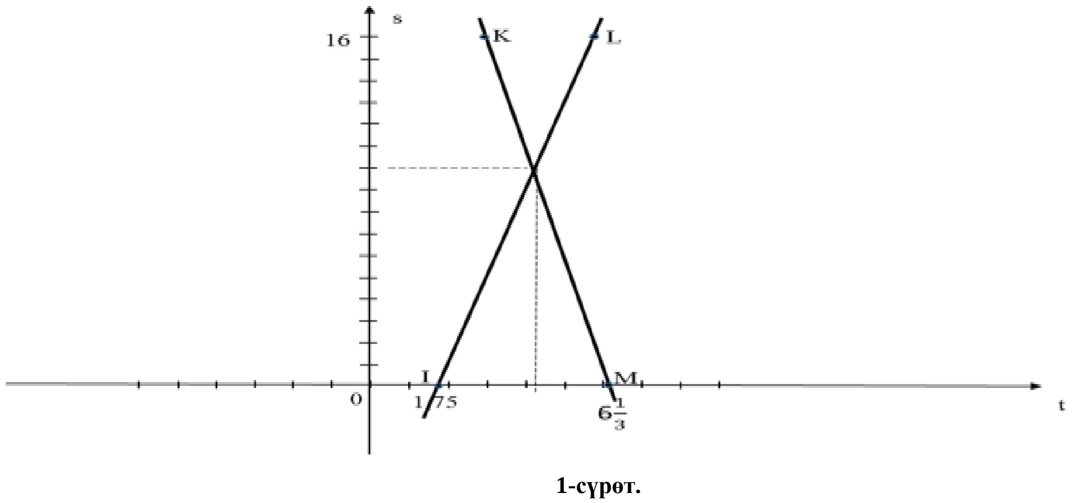
Маселе: *Ортосундагы аралыгы 16 километр болгон Лукашовка жана Мокроусовкадан бири-бирин көздөй Ира жана Коля чыгышты. Ира 1,75 саатта чыкты, ал Мокроусовкага 5 саат 45 мүнөттө жетип барды. Коля жолго саат 3тө чыкты, ал Лукашовкага 6саат 20 мүнөттө келди. Алар Лукашовкадан качан жана кандай аралыкта жолугушарын аныктагыла.*

Чыгарылышы: Мындай мазмундагы маселелерде эч ойлонбостон эле, туруктуу ылдамдыктагы кыймыл элестелет.

Андыктан, өткөн аралык менен туруктуу ылдамдык ортосу $y = kx + b$ сызык функциясы менен сүрөттөлөт деп айтууга болот.

Бул учурда, аталган функцияны $s = vt + s_0$ түрүндө жазуу ыңгайлуу. Мында, Здесь, s – аралык; v – *ылдамдык;* t *– убакыт;* s_0 *– убакыттын нөлдүк учурундагы «аралыгы».*

Анда, координаттык тегиздикте $(t;s)$, Иранын жүрүшү $I(1{,}75;\ 0)$ и $L(5{,}75;\ 16)$ чекиттери менен аныкталуучу IL түз сызыгы менен сүрөттөлөт, ал эми Коляныкы $-\ K(3;\ 16)$ жана $M(6\frac{1}{3};\ 0)$ чекити менен аныкталуучу KM түз сызыгы сүрөттөлөт (1-сүрөт).



1-сүрөт.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$s = vt + s_0$ түрүндөгү IL түз сызыгынын барабардыгын алуу үчүн I жана L чекиттеринин координаттарын пайдаланабыз:

$$\begin{cases} 0 = v\cdot 1{,}75 + s_0, \\ 16 = v\cdot 5{,}75 + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = v\cdot 1{,}75 + s_0, \\ 16 = v\cdot 4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = -v\cdot 1{,}75, \\ v = 4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = -7, \\ v = 4. \end{cases}$$

Ошентип, Ира 4 км/саат ылдамдыгы менен жүргөндүгү аныкталды. Анын кыймылы $s = 4t - 7$ теңдемеси менен берилет. $s_0 = -7$ жазуусун төмөнкүдөй түшүнүү зарыл: 0 саатта Ира «шарттуу түрдө Мокроусовкага карама-каршы багытта жайгашкан Лукашовкадан 7 км аралыкта болгон». Башкача айткан-да, эгер Ира 0 саатта Лукашовкадан 7 км аралыкта жайгашкан пункттан чыккан болсо, анда, 1,75 саатта ал Лукашовкада болмок жана Коляны көздөй жөнөмөк.

Колянын кыймылын сүрөттөгөн KM түз сызыгынын теңдемесин алуу үчүн, KM теңдемесине тийиштүү чекиттердин координаттарын колдонобуз:

$$\begin{cases} 16 = v\cdot 3 + s_0, \\ 0 = v\cdot \dfrac{19}{3} + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 = v\cdot 3 + s_0, \\ 16 = -\dfrac{10}{3}v, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = 16 - v\cdot 3, \\ v = -4{,}8, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = 30{,}4, \\ v = -4{,}8. \end{cases}$$

Ошентип, Коля жайгашкан Лукашовкадан берки аралык $s = -4{,}8t + 30{,}4$ теңдемеси менен аныкталат. Колянын ылдамдыгынын алдындагы минус белгиси ал Иранын кыймылына карам-каршы багытта бара жаткандыгын билдирет.

Ира менен Коля жолуккан чекитинин координаттарын аныктоо үчүн тийиштүү системаны чечүү гана керек:

$$\begin{cases} s = 4t - 7, \\ s = -4{,}8t + 30{,}4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 4t - 7, \\ 4t - 7 = -4{,}8t + 30{,}4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 4t - 7, \\ 8{,}8t = 37{,}4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 4\cdot 4{,}25 - 7 = 10, \\ t = 4{,}25. \end{cases}$$

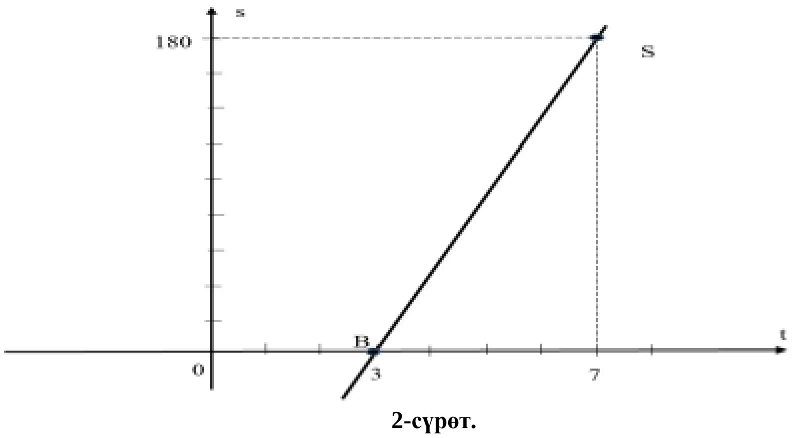
Алар 4 саат 15 мүнөттө Лукашовкадан 10 км аралыкта жолугушкандыгы аныкталды.

2. Кыймылга карата маселелердин төмөнкүдөй тибин карап көрөлү.

Маселе: *Бишкек шаарынан саат 3тө автобус чыгып, 180 км аралыкты жүргөндөн кийин Балыкчы шаарына саат 7де жетти. 4 саат 36 мүнөттө ал Балыкчыдан саат 3төн 15 мүнөт өткөндө чыккан таксиге жолукту. Алар Бишкектен канча алыс арылыкта жолугушкан? Такси Бишкекке канчада жеткен?*

Чыгарылышы: Бишкекти эсептин башталышы катары карайлы. Анда $(t;s)$ координаттык тегиздигинде автобустун кыймылы $B(3;\ 0)$ и

$S(7;180)$ чекиттери менен аныкталуучу BS түз сызыгы менен берилет.

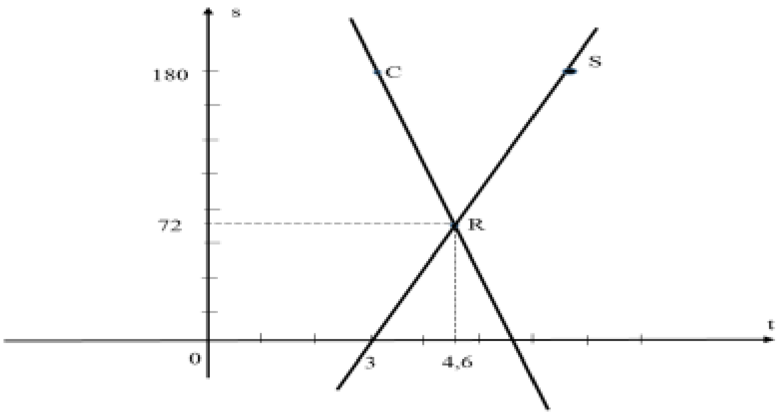


2-сүрөт.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

$s = vt + s_0$ түрүндөгү BS теңдемесин алуу үчүн B жана S чекиттеринин координаттарын пайдаланабыз: $\begin{cases} 0 = v \cdot 3 + s_0, \\ 180 = v \cdot 7 + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = v \cdot 3 + s_0, \\ 180 = v \cdot 4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = -135, \\ v = 45. \end{cases}$

Демек, автобус саатына 45 чакырым ылдамдык менен жүргөндүгү аныкталды, анын кыймылы $s = 45t - 135$ теңдемеси менен берилген, ал такси менен Бишкектен төмөнкүдөй алыстыктагы аралыкта кездешкен: $s=45 \cdot 4{,}6-135=207-135=72$ километр. Таксинин кыймылын түшүндүргөн CR түз сызыгынын теңдемесин алуу үчүн $C(3{,}25;\ 180)$ жана $R(4{,}6;\ 72)$ чекиттеринин координаттарын пайдаланабыз.



3-сүрөт.

Мында, C чекити такси үчүн баштапкы, R – автобус менен жолугушуучу чекит болот:

$$\begin{cases} 180 = v \cdot 3{,}25 + s_0, \\ 72 = v \cdot 4{,}6 + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 180 = v \cdot 3{,}25 + s_0, \\ 108 = -v \cdot 1{,}35, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = 180 - v \cdot 3{,}25, \\ v = -80, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = 440, \\ v = -80. \end{cases}$$

Ошентип, Бишкектен болгон аралык $s= -80t + 440$ теңдемеси менен аныкталат. Ылдамдык чоңдугунун алдында турган минус белгиси такси автобустун кыймылына карама-каршы багытта бара жаткандыгын көрсөтүп турат.

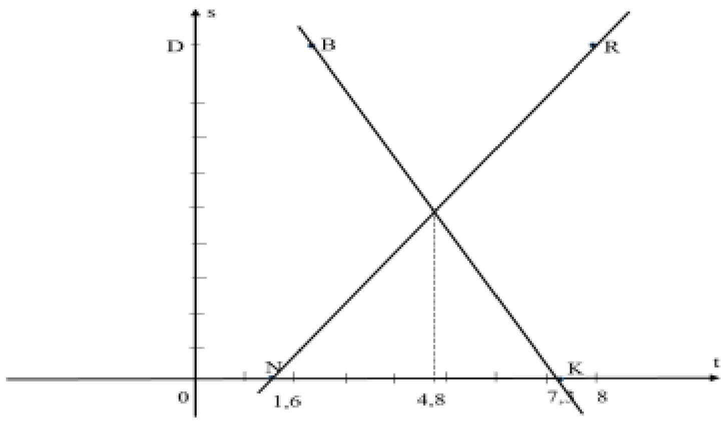
Таксинин Бишкекке келип жетүүсүнүн убактысын аныктоо үчүн тийиштүү теңдемени: $0 = -80t + 440 \Leftrightarrow t = 5{,}5$ чыгаруу гана зарыл. Ошентип, такси Бишкекке 5 саат 30 мүнөттө жеткендиги аныкталды.

3. Бул маселеде айрым учурларда объектилер ортосундагы аралык анчейин мааниге ээ эмес экендигин көрсөтүлгөн.

Маселе: *Нарын шаарынан 1 саат 36 мүнөттө автобус чыгып, ал Бишкекке саат 8де жетти. Ошол эле күнү 2,3 саатта Бишкектен такси чыгып, Нарынга 7 саат 18 мүнөттө жетти. Алар туруктуу ылдамдык менен жүргөндүгүн эске алуу менен, алар кайсы убакта жолугушкандыгын аныкталыга.*

Чыгарылышы: Нарынды эсептин башталышынын чекити катары карайлы. Анда $(t;\ s)$ координаттык тегиздигинде автобустун кыймылы $N(1{,}6;\ 0)$ жана $R(8;\ D)$ чекиттери менен аныкталуучу NR түз сызыгы менен берилет, ал эми таксиники: $B(2{,}3;\ D)$ жана $K(7{,}3;\ 0)$ чекиттери менен аныкталып, BK түз сызыгы менен берилет. Мында D – Нарындан Бишкекке чейинки аралык, 7,3 бул 7 саат 18 мүнөт.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557



4-сүрөт.

$s = vt + s_0$ түрүндөгү *NR* түз сызыгынын теңдемесин алуу үчүн *N* жана *R* чекиттеринин координаттарын пайдаланабыз:

$$\begin{cases} 0 = v \cdot 1{,}6 + s_0, \\ D = v \cdot 8 + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = v \cdot 1{,}6 + s_0, \\ D = v \cdot 6{,}4, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = -v \cdot 1{,}6 \\ v = D/6{,}4 = 0{,}15625D, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = -0{,}15625D \cdot 1{,}6 = -025D, \\ v = 0{,}15625D. \end{cases}$$

Демек, автобус *0,15625D* ылдамдыгы менен жүргөндүгү аныкталды жана анын кыймылы $s = 0{,}15625Dt - 0{,}25D$ теңдемеси менен берилди.

Таксинин кыймылын сүрөттөөчү теңдемени алуу үчүн *B* жана *K* чекиттеринин координаттарын пайдаланабыз:

$$\begin{cases} D = v \cdot 2{,}3 + s_0, \\ 0 = v \cdot 7{,}3 + s_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = v \cdot 2{,}3 + s_0, \\ D = -5v, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = D - v \cdot 2{,}3, \\ v = -0{,}2D, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s_0 = 1{,}46D, \\ v = -0{,}2D. \end{cases}$$

Ошентип, такси Бишкектен канчалык аралыкта жайгашканы $s = -0{,}2Dt + 1{,}46D$ теңдемеси менен аныкталат.

Жолугушуу мезгилин аныктоо үчүн тийиштүү системаны чыгаруу зарыл:

$$\begin{cases} s = 0{,}15625Dt - 0{,}25D, \\ s = -0{,}2Dt + 1{,}46D, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0{,}2Dt + 1{,}46D = 0{,}15625Dt - 0{,}25D, \\ s = -0{,}2Dt + 1{,}46D, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}71D = 0{,}35625Dt, \\ s = -0{,}2Dt + 1{,}46D, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4{,}8, \\ s = 0{,}5D. \end{cases}$$

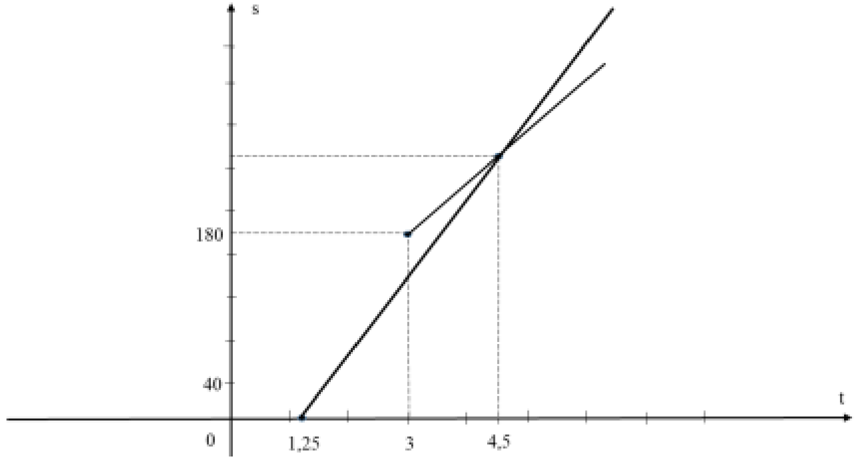
Автобус менен такси жолдун дал ортосунда 4,8 саатта, башкача айтканда, саат 4төн 48 мүнөт өткөндө жолугушуптур.

4. Бул маселеде, жогоруда көрсөтүлгөн маселелерден айырмаланып, бир багыттагы кыймыл каралган.

Маселе: *1 саат 15 мүнөттө Бишкектен Караколго жеңил машине чыкты. Саат 3тө Караколго Балыкчыдан да автобус чыкты. Ылдамдыгы 29 км/саатка көбүрөөк болгон жеңил машине автобусту 4 саат 30 мүнөттө кууп жетти. Бишкек менен Балыкчынын ортосундагы аралык 180 км экендигин эске алуу менен, ар биринин ылдамдыгын аныктагыла.*

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Чыгарылышы: $s - s_M = v(t-t_M)$ түрүндөгү түз сызык функциясынын жазуучун пайдаланабыз. Жеңил машинанын чыккан учуру (*1,25; 0*) чекити аркылуу, автобустуку: (*3; 180*) чекити менен сүрөттөлгөн, жеңил автомобилдин кыймылы $s_L - 0 = (v+29)(t-1,25)$ функциясы менен, автобустуку: $s_B - 180 = v(t-3)$ функциясы менен сүрөттөлгөн.



5-сүрөт.

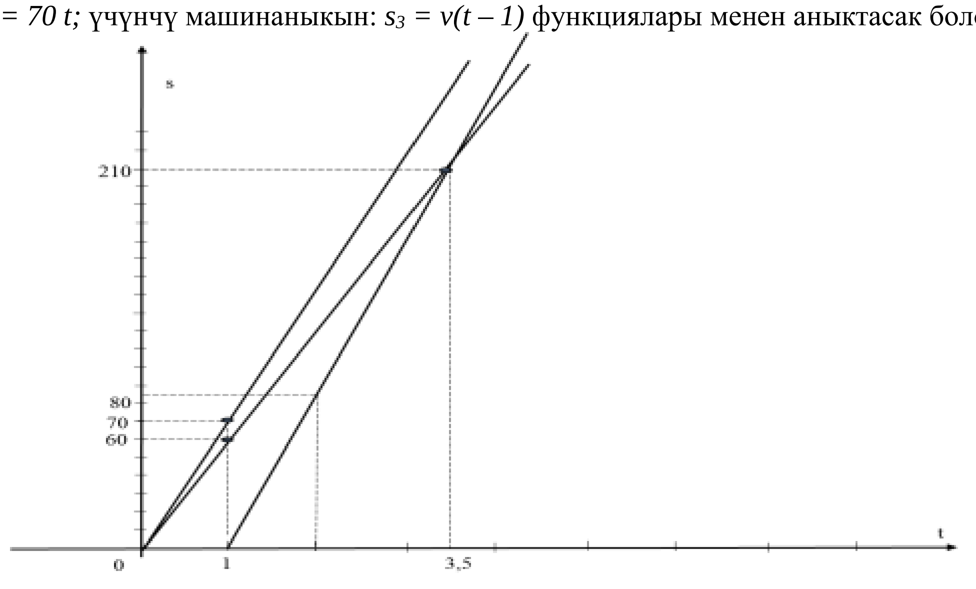
Функцияларды $s_L = (v + 29)(t-1,25)$; $s_B = 180 + v(t-3)$ түрүндө жазып, жана 4,5 сааттагы жолугушу шартын пайдаланып: $(v+29)(4,5-1,25) = 180 + v(4,5-3)$ теңдемесин алабыз. Мындан $1,75v = 85,75$. Демек, $v = 49$.

Ошентип, автобустун ылдамдыгы 49 км/саат болгондугу, жеңил машине саатына 49+29=78 км ылдамдык менен жүргөндүгү аныкталды.

5. Бул маселени чыгарууда биринчи жолу квадраттык теңдеме колдонулат.

Маселе: *Бир эле убакытта бир пункттан бир багытта эки машина чыкты. Алардын бири саатына 60 километр жүрсө, экинчиси –70 км/саат жүрдү. Бир сааттан кийин алардын артынан үчүнчү машина чыгып, экинчи машинадан, биринчиден ашкандан кийин 2 саат 30 мүнөттө ашкан. Үчүнчү машинанын ылдамдыгын аныктагыла.*

Чыгарылышы: Биринчи машинанын кыймылын $s_1 = 60t$ функциясы менен; экинчи машинанынкын: $s_2 = 70t$; үчүнчү машинанынкын: $s_3 = v(t-1)$ функциялары менен аныктасак болот.



6-сүрөт.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

t_1 аркылуу биринчи машинаны кууп өткөн убакытты белгилеп, $60t_1 = v(t_1 - 1)$ теңдемесин алабыз. Биринчи кууп өтүү шартынан $v = \frac{60t_1}{t_1 - 1}$.

Экинчи кууп жетүү: $70(t_1 + 2,5) = v((t_1 + 2,5) - 1) \Leftrightarrow 70(t_1 + 2,5) = v(t_1 + 1,5)$ теңдемеси менен аныкталат. Анда, $70(t_1 + 2,5) = \frac{60t_1}{t_1 - 1} \cdot (t_1 + 1,5)$. Бул теңдемени кайрадан түзүп, $(t_1)^2 + 1,5t_1 - 17,5 = 0$ квадраттык теңдемесин алабыз. Анын оң тамыры 3,5.

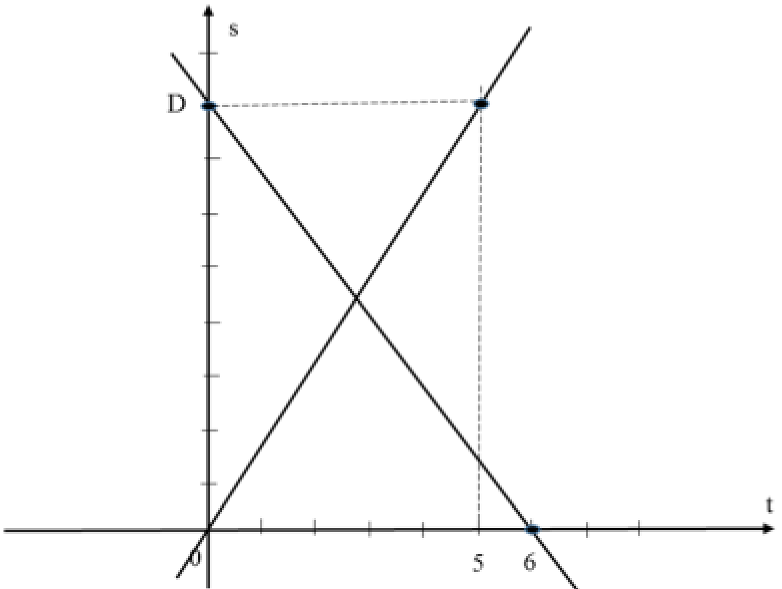
t_1 дин табылган маанисин $60t_1 = v(t_1 - 1)$ теңдемесине коюу менен изделип жаткан ылдамдыкты алабыз: $60 \cdot 3,5 = v(3,5 - 1) \Leftrightarrow 210 = v \cdot 2,5 \Leftrightarrow v = 84$.

Биз үчүнчү машина саатына 84км ылдамдык менен келе жаткандыгын аныктадык.

6. Мында аралыктагы маалыматтарга ээ маселе берилген.

Маселе: *Жүк ташуучу унаа жана автобус бирдей убакта А жана В пункттарынан бири-бирин көздөй жөнөп кетишти. 7 сааттан кийин алардын ортосундагы аралык 470 км түзгөн. Жүк ташуучу унаа А пунктунан В пунктуна чейин 6 саат, ал эми автобус 5 саат жүрө тургандыгын билүү менен ар бир автомобилдин ылдамдыгын тапкыла.*

Чыгарылышы: *A* чекитинен *B* чекитине чейинки аралыкты *D* аркылуу белгилеп, жана автомобилдердин чыккан учурун *0* деп кабыл алсак, жүк ташуучу машинанын ылдамдыгы $\frac{D}{6}$ барабар, ал эми анын кыймылынын теңдемеси $s_L = \frac{D}{6}t$. Ушуга байланыштуу, автобус (0; *D*) чекитинен старт алгандыктан, анын кыймылынын теңдемеси $s_A = D - \frac{D}{5}t$ түргө ээ.



7-сүрөт.

Андыктан, 7 саат тууралуу шарт $\frac{D}{6} \cdot 7 - (D - \frac{D}{5} \cdot 7) = 470$ теңдемесин берет. Кашааларды ачып, ушул сыяктуу мүчөлөрдү келтирүү менен $\frac{47D}{30} = 470$ алабыз. Мындан $D = 300$ *км* алабыз.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

Кырдаалды түшүндүрүү керек. *А менен В* ортосундагы аралык 300 км, ал эми жүк ташуучу машина менен автобустун ортосундагы аралык 470 км. Муну төмөнкүдөй түшүнсө болот: жүк ташуучу машина Вга, автобус Ага жетет, андан соң, алар андан ары токтолбостон сапарын улайт.

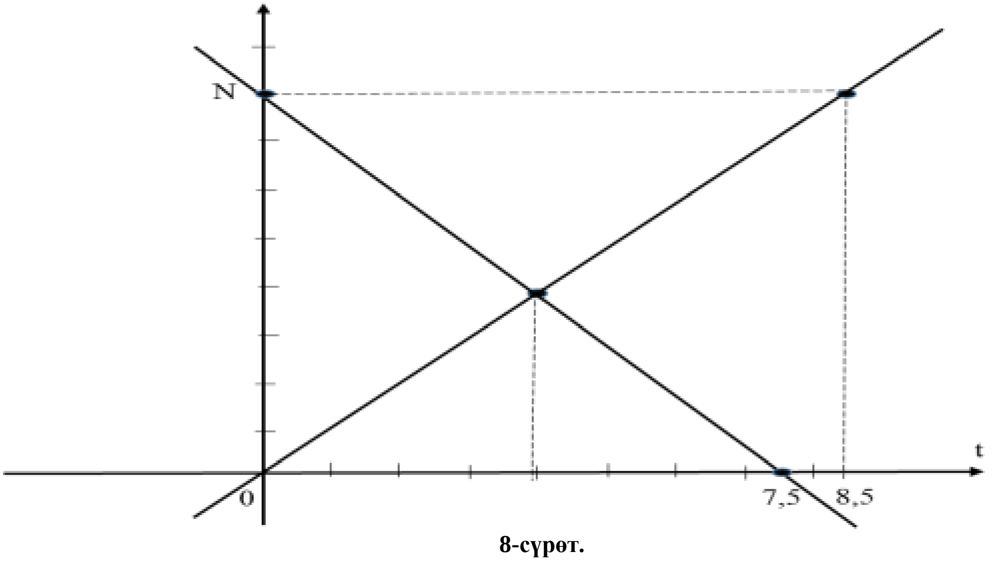
Бул учурда жүк ташуучу машинанын ылдамдыгы $\frac{300}{6}=50$ км/саатка барабар, автобустуку – $\frac{300}{5}=60$ км/саат.

7. Бул пунктта Аналитикалык Геометрия иштин ылдамдыгы тууралуу сөз болгон маселелерди чыгарууга жардам берери көрүнүп турат.

Маселе: *Данияр жана Канышай китептин бир нече бетин көчүрүш керек эле. Бул ишке чогуу киришип, алар ишти Канышай 15 баракты көчүргөндө аякташты. Алар канча барак көчүрүшкөн? Белгилүү болгондой, Канышай бул ишти 8 саат 30 мүнөттө, ал эми Данияр 7 саат 30 мүнөттө жалгыз иштеп бүтмөк.*

Чыгарылышы: Бул маселени түз сызык теңдемесин пайдалануу менен чечебиз.

Изилденип жакан барактардын санын *N* аркылуу белгилейли. Анда, Канышайдын ишин сүрөттөөчү түз сызык (*0; 0*) жана (*8,5; N*) чекиттери аркылуу өтсө, ал эми Даниярдыкы: (*0; N*) жана (*7,5; 0*) чекиттери аркылуу өтөт.



8-сүрөт.

Демек, эгер иш $a = pt + a_0$ теңдемеси аркылуу сүрөттөлсө, Канышайдыкы: $a = \frac{N}{8,5}t$. Ал эми Даниярга тиешелүү теңдеме татаалыраак. Теңдеменин коэффициенттерин табуу үчүн төмөнкү системаны чыгаруу жетиштүү: $\begin{cases} N = p\cdot 0 + a_0, \\ 0 = p\cdot 7,5 + a_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = N, \\ 0 = p\cdot 7,5 + N, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = N, \\ p = -N/7,5. \end{cases}$

Демек, Даниярдын иши $a = -\frac{N}{7,5}t + N$ теңдемеси менен сүрөттөлөт.

Биргелешкен иш аяктаган учурда түз сызыктар кесилишет, башкача айтканда:

$\frac{N}{8,5}t = -\frac{N}{7,5}t + N$. Аны N-ге бөлүп: $\frac{1}{8,5}t = -\frac{1}{7,5}t + 1$ теңдеменисин чыгарып, алар биргелешип ишти канча убакытта бүтүрө тургандыгын аныктайбыз:

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557

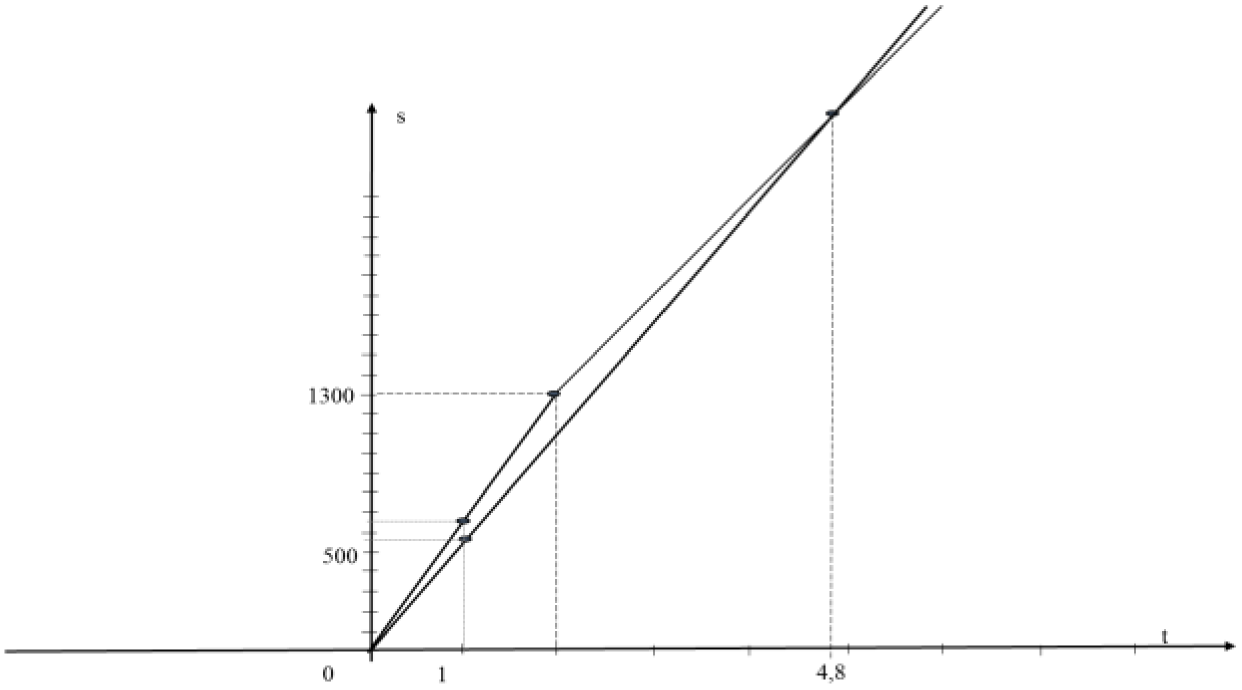
$\frac{16}{63,75}t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{6375}{1600} = \frac{255}{64}$ саат.

Биргелешип жасап жаткан иш аяктап калганда Канышай 15 барак көчүргөн. Демек, анын өнүдүрүмдүүлүгү: $15:\frac{255}{64} = \frac{15 \cdot 64}{255} = \frac{64}{17}$. Ал иштин баарын 8,5 саатта аткара алат, Ошентип, иштин көлөмү, бул учурда көчүрүлгөн барактардын саны: $\frac{64}{17} \cdot 8,5 = \frac{64}{17} \cdot \frac{17}{2} = 32$.

8. Бул маселеде биринчи жолу сынык сызык менен иллюстрацияланган кырдаал каралып жатат.

Маселе: *Эки учак аэропорттон бир багытта: биринин ылдамдыгы – 650км/саатына, экинчиси — саатына 580 км учуп чыкты. 2 сааттан кийин биринчиси ылдамдыкты 530 км/саатка чейин азайтты. Экинчи учак учуп чыккандан кийин канча убакытта биринчи учакты кууп жетет?*

Чыгарылышы: Экинчи учактын кыймылын сүрөттөөчү функция: $s = 580t$. Биринчи учактын кыймылы алгач $s = 650t$ функциясы менен сүрөттөлөт. Эки саатта ал $650 \cdot 2 = 1300$ *км* жүрөт. Ошондуктан, анын андан аркы кыймылы $s - 1300 = 530(t - 2) \Leftrightarrow s = 530t + 240$ функциясы менен берилет.



9-сүрөт.

Функциялардын маанисин теңдештирип, убакытты: $580t = 530t + 240 \Leftrightarrow 50t = 240 \Leftrightarrow t = 4,8$ алабыз. Ошентип, экинчи учак биринчини аэропорттон чыккандан кийин 4,8 саатта кууп жетет.

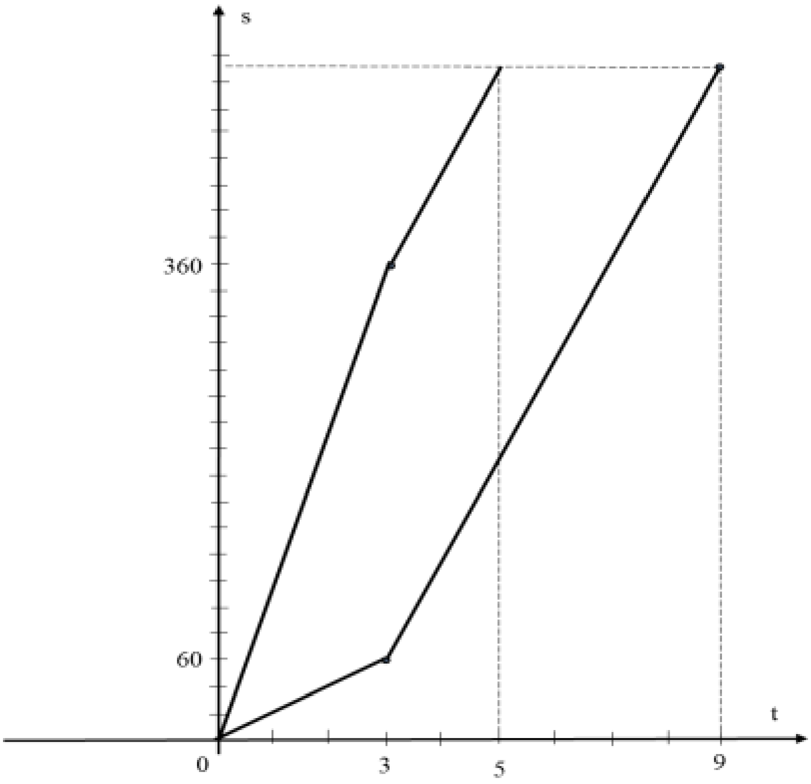
9. Сынган сызыктар менен дагы бир маселе.

Маселе: *Кемел менен Айша А шаарынан В шаарына келишти. Кемел велосипед менен 20 км/саат ылдамдыкта 3 саатт жана автобуста 6 саат жүрдү. Айша поездде 3 саат жана автобуста 2 саат жүрдү. Поезддин ылдамдыгы автобустун ылдамдыгына салыштырмалуу 60%ке жогору. А менен В чекиттеринин ортосундагы аралык эмнеге барабар?*

Чыгарылышы: А-дан В-га чейинки аралыкты D аркылуу, автобустардын ылдамдыгын v аркылуу белгилейли. Анда Кемелдин жүрүүсү $D = 3 \cdot 20 + 6v$ түрүндө жазылып калат.

Айша 3 саатта поездде $3 \cdot 1,6v$ километр жүрдү. Ошондуктан, анын автобуста жүрүшүн башталышындагы $(3; 4,8v)$ жана жүрүштүн соңундагы $(5; D)$ чекитери аныктайт.

DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557



10-сүрөт.

Демек, баштапкы чекитти, Айшанын автобустагы жүрүшүн сүрөттөөчү функцияны $s - 4{,}8v = v(t - 3)$ түрүндө жазууга болот.

В шаарына келгенин билдирүүчү чекитти бул теңдемеге коюп $D - 4{,}8v = v(5 - 3)$ алабыз. Мындан, $D = 6{,}8v$.

Эми, Кемел менен Айшанын жүрүшүн сүрөттөгөн функциялардан D-ны туюнтуп, $60 + 6v = 6{,}8v$ теңдемесин алабыз. Мындан, $60 = 0{,}8v \Leftrightarrow v = 75$

Ошентип, А шаарынан В шаарына чейинки аралык $60 + 6v = 60 + 6{\cdot}75 = 510$ *км*-га барабар. Анын натыйжасын Айшанын маалыматтарын пайдалануу менен текшерүүгө болот: $6{,}8v = 6{,}8{\cdot}75 = 510$ *км.*

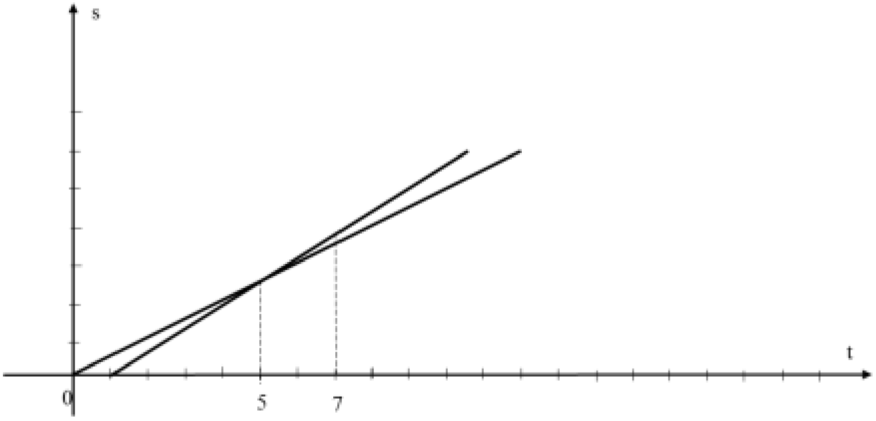
10. Бул маселеде кыймылды сүрөттөөчү сызык горизонталдык тилкеге ээ.

Маселе: *Түнкү саат 12де А шаарынан В шаарына поезд чыккан. Саат 1де анын артынан ошол эле маршрут боюнча автобус чыккан. Поезддин ылдамдыгы автобустун ылдамдыгынан 20%га аз эле. Саат 7де автобус бузулуп, 2 саатка токтогон. Мына ушундан кийин ал ылдамдыгын 20%га жогорулатып, автобус В шаарына 1 саат кечигүү менен жеткен. Автобустун жүгүртмө боюнча келген убактысын аныктагыла. Поезд автобустан канча убакыт бою алдыда болгон?*

Чыгарылышы: Автобустун жүгүртмө боюнча В шаарына келүү убактысын Т аркылуу, автобустун баштапкы ылдамдыгын v аркылуу белгилейли. Анда поезддин кыймылын сүрөттөөчү функция: $s = 0{,}8vt$.

Автобустун кыймылы биринчи этапта $s = v(t - 1)$ функциясы менен берилет.

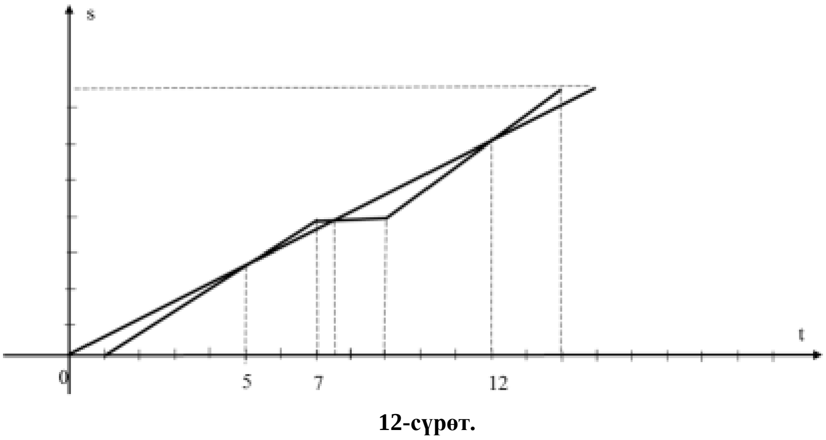
DOI:10.26104/NNTIK.2019.45.557



11-сүрөт.

Бул функциялардын маанисин барабардап, автобустун поездди биринчи кууп өткөн учурун чыгарабыз: $0{,}8vt = v(t-1) \Leftrightarrow 0{,}2t = 1 \Leftrightarrow t = 5$. Бузулганга чейин автобус $v(7-1) = 6v$ аралыкты жүргөн. Ал токтоп турганда поезд андан ашып кетти: $0{,}8vt = 6v \Leftrightarrow 0{,}8t = 6 \Leftrightarrow t = 7{,}5$.

Мындан кийин, автобус токтогондон кийинки теңдемени чыгаруу керек. Ал $(9;\ 6v)$ чекити жана $1{,}2v$ ылдамдыгы менен аныкталат: $s - 6v = 1{,}2v(t-9)$. Мындан, $s = 1{,}2vt - 4{,}8v$ келип чыгат. Акыркы чекиттин координаттарын $(T+1;\ v(T-1))$ коюп, биз автобустун В шаарына жүгүртмө боюнча келген убактысын билебиз: $v(T-1) = 1{,}2v(T+1) - 4{,}8v \Leftrightarrow 0{,}2T = 2{,}6 \Leftrightarrow T = 13$.



12-сүрөт.

Эми, автобустун жана поездин кыймылынын теңдемелерин бирге карап, автобус поездди экинчи жолу кууп өткөн учурун билебиз: $0{,}8vt = 1{,}2vt - 4{,}8v \Leftrightarrow 0{,}4t = 4{,}8 \Leftrightarrow t = 12$. Ошентип, поезд автобустан биринчи 5 саат алдыда жүргөн, андан башка, автобус бузулуп калгандан кийинки бир нече убакыт:

$12 - 7{,}5 = 4{,}5$ саат. Натыйжада, поезд автобустун алдында $5 + 4{,}5 = 9{,}5$ саат болгон.

Адабияттар:

1. Stillwell, John. Analytic Geometry//Mathematics and its History.-Second Edition. - Springer Science+Business Media Inc., 2004.
2. Урдалетова А.Б. жана башкалар. Экономикалык жана коомдук илимдер үчүн Математика. - Б.: КТМУ «Манас», 2010.
3. Зубелевич Г.И. Сборник задач Московских математических олимпиад. - М.: «Просвещение», 1971.
4. Урдалетова А.Б., Кыдыралиев С.К., Керимкулова Э.Дж. Треугольники на языке аналитической геометрии. / Известия вузов Кыргызстана №6. - Бишкек, 2018. - С. 3-16.
5. Урдалетова А.Б., Кыдыралиев С.К., Керимкулова Э.Дж. Один раз отрежь, семь раз измерь. / Известия вузов Кыргызстана №3. - Бишкек, 2018. - С. 3-6.